

محتويات الكتاب

مشروع بحثي
في نهاية كل
وحدة

الجبر والإحصاء

أولاً

الأعداد والجبر

1

الوحدة

الإحصاء والاحتمال

2

الوحدة

الهندسة والقياس

ثانياً

الهندسة والقياس

3

الوحدة



الجبر والإحصاء

أولاً

١٢

الأعداد والجبر

1

الوحدة

٩٤

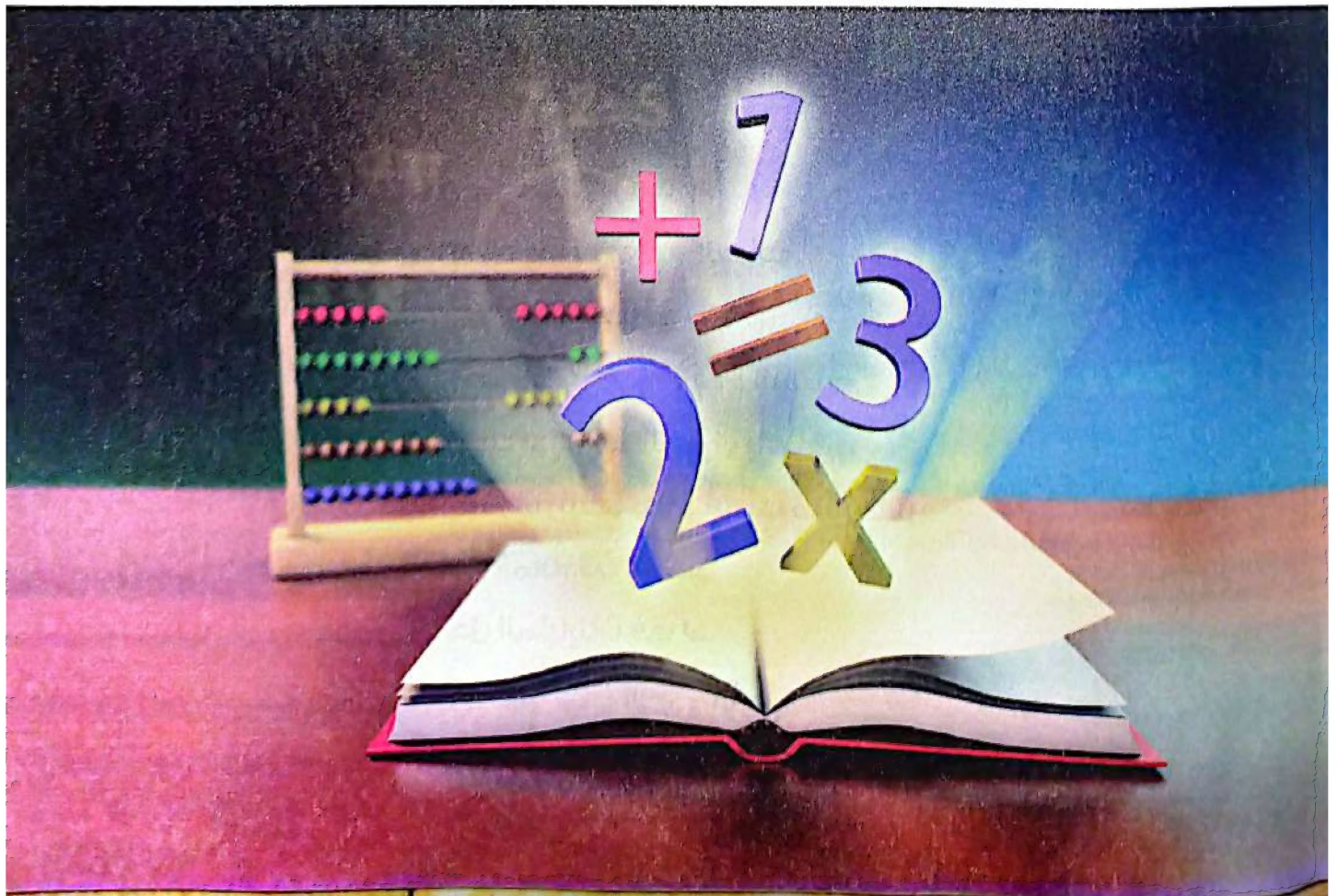
الإحصاء والاحتمال

2

الوحدة

١١٩

مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية





الأعداد والجبر

الوحدة

1

دروس الوحدة :

- الدرس 1 الضرب المتكرر في ن.
- الدرس 2 القوى الصحيحة غير السالبة.
- الدرس 3 القوى الصحيحة السالبة.
- الدرس 4 الصورة القياسية للعدد النسبي.
- الدرس 5 ترتيب إجراء العمليات الرياضية.
- الدرس 6 الجذر التربيعي لعدد نسبي مربع كامل.
- الدرس 7 حل المعادلات في ن.
- الدرس 8 حل المتباينات في ن.

مشروع بحثي  على الوحدة الأولى



يمكنك حل
الامتحانات
التفاعلية على
الدروس من خلال
مسح **QR code**
الخاص بكل امتحان

أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما سبق دراسته على موضوع الضرب المتكرر في ص.
- يضرب ضربًا متكررًا للأعداد النسبية.
- يتعرف قوانين الأسس في ن.
- يتعرف الأس السالب لعدد نسبي لا يساوى الصفر.
- يتعرف الصورة القياسية للعدد النسبي.
- يكتب عددًا نسبيًا على الصورة القياسية.
- يجرى العمليات الرياضية وفق أولوية إجرائها.
- يتعرف الجذر التربيعي لعدد نسبي مربع كامل.
- يوجد الجذر التربيعي لعدد نسبي مربع كامل.
- يحل معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد في ن.
- يستخدم المعادلات في حل المسائل اللفظية.
- يحل متباينة الدرجة الأولى في متغير واحد في ن.



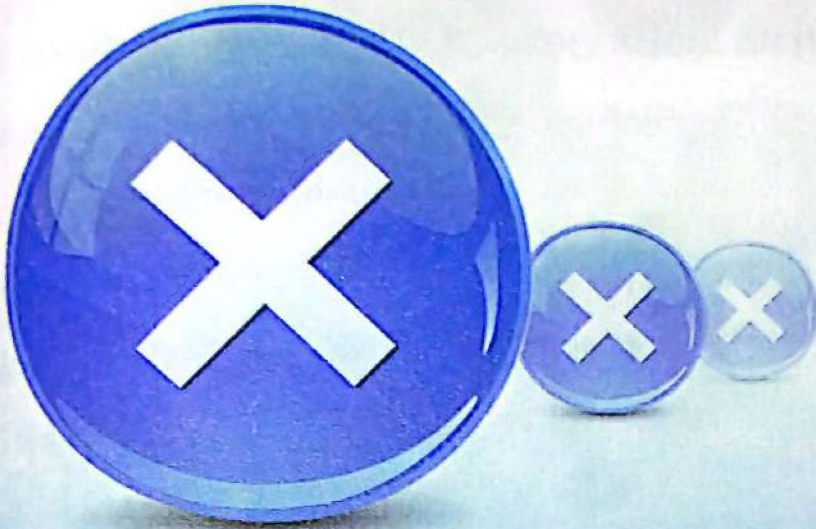
غياث الدين بن مسعود
الكاشي

(سنة ١٣٨٠ م / ١٤٣٦ م)

غياث الدين بن مسعود الكاشي

عالم عربي له إسهامات كثيرة في علم الرياضيات فقد قام بما يأتي :

- ابتكر الكسر العشري.
- وضع قانونًا خاصًا بمجموع الأعداد الطبيعية المرفوعة إلى القوة الرابعة.
- توصل إلى قيمة للنسبة التقريبية (π) تقترب جدًا إلى ما توصلنا إليه باستخدام الحاسبات العلمية.



* سبق لك دراسة الضرب المتكرر في الأعداد الصحيحة وعلمت أن :

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ «حيث نجد أن : 3 تكررت كعامل 4 مرات»}$$

* ويمكن أيضًا تطبيق ما سبق على الكسور الاعتيادية.

$$\text{فمثلاً : } \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

* ومن ضرب الكسور الاعتيادية نجد أن :

$$\frac{2^4}{3^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \text{ أى أن : } \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

وبصفة عامة

إذا كان : $\frac{1}{n}$ عددًا نسبيًا ، n عددًا صحيحًا موجبًا فإن :

$$\left(\frac{1}{n}\right)^n = \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \dots \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \text{ حيث } \frac{1}{n} \text{ مكرر كعامل } n \text{ من المرات}$$

ويقرأ : « $\frac{1}{n}$ أس n أو القوة النونية للعدد $\frac{1}{n}$ » أى أن : $\frac{1}{n^n} = \left(\frac{1}{n}\right)^n$

$$\text{فمثلاً : } \frac{8}{125} = \frac{2^3}{5^3} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \quad \frac{49}{100} = \frac{7^2}{10^2} = \left(\frac{7}{10}\right)^2 = (0,7)^2$$

ملاحظة !

إذا كان $\frac{1}{c}$ عددًا نسبيًا فإن : $\frac{1}{c} = \text{صفر}$ حيث : $1 \neq \text{صفر}$

$$1 = \text{صفر} \left(\frac{3}{7} - \right) \cdot$$

$$\text{فمثلاً : } 1 = \text{صفر} \left(\frac{1}{5} \right) \cdot$$

ملاحظة !

إذا كان : $\frac{1}{c}$ عددًا نسبيًا ، $\frac{1}{c}$ عددًا صحيحًا موجبًا

فإن

$$\frac{1}{c} - = \frac{1}{c-}$$

عندما تكون $\frac{1}{c}$ عددًا فرديًا.

فمثلاً :

$$\frac{1}{8} - = \frac{1}{4} - = \frac{1}{2} -$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c-}$$

عندما تكون $\frac{1}{c}$ عددًا زوجيًا.

فمثلاً :

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{8} = \frac{1}{4} -$$

مثال ١

أوجد في أبسط صورة ناتج كل مما يأتي :

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} -$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} - \times \frac{1}{2} -$$

$$\left(1 \cdot \frac{1}{3} - \right) \div \left(\frac{1}{3} - \right)$$

الحل

$$1 = \frac{9}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{9}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{9}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{16}{160} \times \frac{25}{16} = \frac{4}{40} \times \frac{25}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} -$$

$$\frac{7}{4} - = \left(\frac{2}{21} - \right) \times \frac{49}{4} = \left(\frac{2}{21} - \right) \times \frac{27}{22} = \left(\frac{21}{2} - \right) \div \left(\frac{7}{2} \right) = \left(10 \frac{1}{2} - \right) \div \left(3 \frac{1}{2} \right) \quad 3$$

$$\frac{0}{2} - = \left(\frac{120}{8} - \right) \times \frac{4}{20} = 1 \times \left(\frac{20}{22} - \right) \times \frac{22}{20} = \text{صفر} \left(\frac{1}{0} \right) \times \left(\frac{0}{2} - \right) \times \left(\frac{2}{0} - \right) \quad 4$$

حاول بنفسك ١

أوجد في أبسط صورة كلاً مما يأتي :

$$\left(\frac{2}{3} - \right) \quad 2 \quad \left| \quad \left(\frac{1}{0} \right) \quad 1$$

$$\left(1 \frac{1}{2} \right) \quad 4 \quad \left| \quad \left(\frac{4}{0} - \right) \quad 3$$

$$\left(\frac{81}{16} \right) \times \left(\frac{9}{4} \right) \times \left(\frac{2}{9} - \right) \quad 5$$

الإجابات النهائية
لأسئلة حاول بنفسك
تجدها نهاية كل درس
للتأكد من إجابتك.

مثال ٢

إذا كان : $\frac{1}{4} - = س$ ، $\frac{1}{4} = ص$ ، $4 = ع$
فأوجد القيمة العددية للمقدار : $ع \times (ص + س)$

الحل

$$ع \times \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} - \right) = ع \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \right) = ع \times (ص + س)$$

$$1 - = ع \times \frac{21}{24} - = ع \times \left(\frac{1}{4} - \right) =$$

حاول بنفسك ٢

إذا كان : $\frac{2}{3} - = س$ ، $\frac{1}{4} = ص$ ، $\frac{4}{3} - = ع$ فأوجد قيمة : $ص - س$

في نهاية كل درس

ستجد الإجابات النهائية
لأسئلة حاول بنفسك
بنفس هذا الشكل

$$8 - 3 = \frac{5}{8}$$

$$\textcircled{3} \frac{11}{17}$$

$$\textcircled{5} \frac{11}{6}$$

$$\textcircled{1} \frac{5}{1}$$

$$\textcircled{8} - \frac{88}{7}$$

$$\textcircled{5} \frac{581}{108}$$

حاول بنفسك

تمارين 1

على ضرب المتكرر في ن



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

فهم

تذكر

١ احسب كلاً مما يأتي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

$$^2\left(\frac{1}{7}-\right) \quad \text{٣}$$

$$^2\left(\frac{3}{5}\right) \quad \text{٢}$$

$$^4\left(\frac{1}{3}\right) \quad \text{١}$$

$$^2\left(2\frac{1}{4}-\right) \quad \text{٦}$$

$$\text{صفر} \left(\frac{5}{9}\right) \quad \text{٥}$$

$$^4\left(\frac{3}{4}-\right) \quad \text{٤}$$

$$^2(3, 2-) \quad \text{٩}$$

$$^2(1, 5) \quad \text{٨}$$

$$^2(0, 0.4) \quad \text{٧}$$

٢ أوجد قيمة كل مما يأتي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{8}{27} \times ^2\left(\frac{3}{4}-\right) \quad \text{٢}$$

$$^2\left(\frac{1}{2}\right) \times 8 \quad \text{١}$$

$$\left(\frac{9}{125}-\right) \div ^2\left(\frac{3}{5}\right) \quad \text{٤}$$

$$\left(\frac{25}{27}-\right) \times ^2\left(\frac{3}{5}-\right) \quad \text{٣}$$

$$3\frac{3}{4} \div ^2\left(\frac{5}{6}-\right) \quad \text{٦}$$

$$^2\left(\frac{3}{2}\right) \times ^2\left(\frac{4}{3}\right) \quad \text{٥}$$

$$^2\left(1\frac{2}{3}-\right) \div 2\frac{7}{9} \quad \text{٨}$$

$$\frac{4}{25} \times ^2\left(2\frac{1}{2}\right) \quad \text{٧}$$

٣ أوجد قيمة كل مما يأتي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

$$^2\left(\frac{3}{2}\right) \times ^2\left(\frac{2}{3}-\right) \times \frac{3}{4} \quad \text{٢}$$

$$\text{صفر} \left(\frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{16} \times ^2\left(\frac{4}{5}\right) \quad \text{١}$$

$$^2\left(\frac{2}{9}-\right) \div ^2\left(\frac{1}{3}\right) \times ^2\left(\frac{2}{3}-\right) \quad \text{٤}$$

$$^5(1-) \times ^2\left(\frac{3}{5}-\right) \times ^4\left(\frac{5}{3}-\right) \quad \text{٣}$$

$$\left[\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2}-\right) \times 8\right] \div ^2\left(\frac{1}{2}-\right) \quad \text{٦}$$

$$^2\left(\frac{3}{5}\right) \times \left[^4\left(\frac{3}{2}\right) \div ^2\left(\frac{5}{2}\right) \right] \quad \text{٥}$$

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعكوس الضربي للعدد $\left(\frac{2}{5}\right)$ صفر هو

(د) صفر

(ج) ١

(ب) $5-2$

(أ) $\frac{5}{2}$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٢ المعكوس الجمعي للعدد (-3) صفر هو

- (أ) $3 -$ (ب) $3 -$ (ج) ٣ (د) $3 -$ صفر

٣ المعكوس الضربي للعدد $(-1)^2$ هو

- (أ) 1^2 (ب) $(-1)^2$ (ج) 1^2 (د) 1^2

٤ المعكوس الجمعي للعدد $(\frac{2}{5} -)$ هو

- (أ) $\frac{25}{4} -$ (ب) $\frac{4}{25} -$ (ج) $\frac{25}{4}$ (د) $\frac{4}{25}$

٥ = $\frac{1}{4} +$ صفر $(\frac{1}{4})$

- (أ) $\frac{2}{4}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{0}{4}$ (د) $\frac{2}{4}$

٦ = صفر $(\frac{3}{5}) \times (\frac{5}{3})$

- (أ) $\frac{0}{3}$ (ب) $\frac{25}{9}$ (ج) صفر (د) ١

٧ إذا كان : س = ص فإن : $(\frac{3}{5})$ س - ص =

- (أ) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{0}{3}$ (ج) ١ (د) صفر

٨ = $\frac{2}{21} \times (\frac{1}{2})$ (حيث ٢ \neq صفر ، ٢ \neq صفر)

- (أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $(\frac{1}{2})^2$ (ج) $(\frac{1}{2})$ صفر (د) $\frac{1}{2}$

٩ إذا كان : س = $\frac{1}{4}$ ، ص = ٢ فإن : س ص =

- (أ) $\frac{1}{8}$ (ب) $\frac{1}{8} -$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{4} -$

١٠ إذا كان : ص^{٢٦} + ص^{٢٧} = صفر فإن : ص =

- (أ) ١ (ب) $1 -$ (ج) ٢ (د) $2 -$

٥ أكمل ما يأتي :

$$\dots\dots\dots \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16} \quad \boxed{2}$$

$$\dots\dots\dots \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27} \quad \boxed{1}$$

$$\dots\dots\dots \left(\frac{3}{4}\right) = 2\frac{1}{4} \quad \boxed{4}$$

$$\dots\dots\dots \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{64}{125} - \quad \boxed{3}$$

$$\dots\dots\dots \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{64}{125} \quad \boxed{6}$$

$$\dots\dots\dots \left(\frac{3}{10}\right) = 0.27 \quad \boxed{5}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} : \text{ فإن } \left(\frac{2}{5}\right) = \dots\dots\dots \quad \boxed{7}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} : \text{ فإن } \frac{2}{3} = \text{ص} , \frac{1}{4} = \text{س} : \text{ فإن } \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \dots\dots\dots \quad \boxed{8}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \quad \boxed{9}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \quad \boxed{10}$$

$$\dots\dots\dots , \dots\dots\dots , \frac{27}{64} , \frac{9}{16} , \frac{3}{4} \quad \boxed{11}$$

$$\dots\dots\dots \text{ العدد الأكبر في العددين } \left(\frac{1}{4}\right) , \left(\frac{1}{3}\right) \text{ هو } \dots\dots\dots \quad \boxed{12}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} : \text{ إذا كان } \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \text{ص} , \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{س} : \text{ فأوجد قيمة } \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \quad \boxed{6}$$

$$\frac{11}{37}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{ص} , \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{س} : \text{ فأوجد قيمة } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \quad \boxed{7}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} : \text{ إذا كان } \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \text{س} , \frac{2}{5} - \frac{4}{5} = \text{ص} : \text{ فأوجد قيمة } \frac{4}{5} - \frac{2}{5} \quad \boxed{8}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{ص} , \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{س} : \text{ فأوجد قيمة } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \quad \boxed{9}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} : \text{ إذا كان } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{س} , \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \text{ص} : \text{ فأوجد قيمة } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \quad \boxed{10}$$

$$\frac{29}{37}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} : \text{ إذا كان } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{س} , \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \text{ص} : \text{ فأوجد قيمة } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \quad \boxed{11}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} : \text{ إذا كان } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{س} , \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \text{ص} : \text{ فأوجد قيمة } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \quad \boxed{12}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\dots\dots\dots = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} : \text{ إذا كان } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \text{س} , \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \text{ص} : \text{ فأوجد قيمة } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \quad \boxed{13}$$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

١٠ إذا كانت : $s = \frac{3}{4}$ ، $v = \frac{1}{4}$ ، $e = \frac{4}{4}$ ،
فاوجد في أبسط صورة القيمة العددية لكل من :

١) $s^2 v^2 e^2$

٢) $s^2 \div e^2$

٣) $s^2 - v^2 e^2$

٤) $\frac{s^2 v^2 e^2}{s + v}$

« ١ »

« $\frac{81}{64}$ »

« $\frac{49}{36}$ »

« ١- »

تطبيق هندسي

١١ إذا كان : $l = 2$ حيث h حجم المكعب ، l طول حرف المكعب فاحسب حجم المكعب الذي
طول حرفه $1\frac{1}{4}$ سم

« $\frac{27}{8}$ سم^٣ »

للمتفوقين

١٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كانت : $v = \left(\frac{1}{4}\right)^s$ حيث $s \in \{0, 1, 2, 3\}$

فإن v تأخذ أكبر قيمة عندما $s = \dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢) إذا كانت : $v = \left(-\frac{2}{5}\right)^s$ حيث $s \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

فإن v تأخذ أقل قيمة عندما $s = \dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٤

١٣ بدون فك رتب الأعداد الآتية ترتيبًا تصاعديًا :

$\left(\frac{2}{3}\right)^2$ ، $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ ، $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ ، $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$



* درست في المرحلة الابتدائية قوانين الأسس الصحيحة غير السالبة في ص وفي هذا الدرس سوف يتضح لك أن هذه القوانين يمكن تطبيقها أيضًا على الأعداد النسبية.

القانون الأول

من تعريف الضرب المتكرر تعلم أن :

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = {}^4\left(\frac{2}{3}\right) \quad , \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = {}^3\left(\frac{2}{3}\right)$$

$${}^v\left(\frac{2}{3}\right) = \left[\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right] \times \left[\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right] = {}^4\left(\frac{2}{3}\right) \times {}^3\left(\frac{2}{3}\right) : \text{ أى أن :}$$

وبصفة عامة

إذا كان : $\frac{1}{c}$ عددًا نسبيًا ، v ، m عددين صحيحين غير سالبين

$${}^{v+m}\left(\frac{1}{c}\right) = {}^v\left(\frac{1}{c}\right) \times {}^m\left(\frac{1}{c}\right) : \text{ فإن :}$$

أى أنه : عند ضرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس.

$$\text{فمثلاً : } {}^5\left(\frac{2}{3}\right) = {}^{2+3}\left(\frac{2}{3}\right) = {}^2\left(\frac{2}{3}\right) \times {}^3\left(\frac{2}{3}\right)$$

$${}^v\left(\frac{1}{c}\right) = {}^{v+4}\left(\frac{1}{c}\right) = {}^v\left(\frac{1}{c}\right) \times {}^4\left(\frac{1}{c}\right)$$

مثال ١

احسب كلاً مما يأتي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

$$١ \quad {}^2\left(\frac{2}{3}\right) \times {}^2\left(\frac{2}{3}\right) \times \frac{2}{3} \quad ٢ \quad {}^2\left(\frac{1}{3}\right) \times {}^2\left(\frac{1}{3}-\right) \quad ٣ \quad {}^2\left(\frac{3}{4}-\right) \times \frac{3}{4}$$

الحل

$$١ \quad \frac{64}{729} = \frac{64}{63} = {}^1\left(\frac{2}{3}\right) = {}^{2+2+1}\left(\frac{2}{3}\right) = {}^2\left(\frac{2}{3}\right) \times {}^2\left(\frac{2}{3}\right) \times \frac{2}{3}$$

لاحظ أن :

$${}^2\left(\frac{1}{3}\right) - = {}^2\left(\frac{1}{3}-\right)$$

لأن ٢ في الأس عدد فردي

$$٢ \quad {}^2\left(\frac{1}{3}\right) \times {}^2\left(\frac{1}{3}\right) - = {}^2\left(\frac{1}{3}\right) \times {}^2\left(\frac{1}{3}-\right)$$

$$\frac{1}{243} - = \frac{1}{27} - = {}^0\left(\frac{1}{3}\right) - =$$

لاحظ أن :

$${}^2\left(\frac{3}{4}\right) = {}^2\left(\frac{3}{4}-\right)$$

لأن ٢ في الأس عدد زوجي

$$٣ \quad {}^2\left(\frac{3}{4}\right) = {}^2\left(\frac{3}{4}\right) \times \frac{3}{4} = {}^2\left(\frac{3}{4}-\right) \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{27}{64} = \frac{27}{32} =$$

القانون الثاني

من القانون الأول تعلم أن : ${}^6 4 \times {}^2 4 = {}^4 4$ ومنها : ${}^6 4 = {}^2 4 \div {}^4 4$ ، ${}^4 4 = {}^6 4 \div {}^2 4$

وبصفة عامة

إذا كان : $\frac{1}{c}$ عدداً نسبياً لا يساوى الصفر ، n ، m عددين صحيحين غير سالبين حيث $n \leq m$

$$\text{فإن : } {}^{m-n}\left(\frac{1}{c}\right) = {}^m\left(\frac{1}{c}\right) \div {}^n\left(\frac{1}{c}\right)$$

أى أنه : عند قسمة الأساسات المتشابهة نطرح الأسس.

$$\text{فمثلاً : } {}^2\left(\frac{3}{8}\right) = {}^{2-0}\left(\frac{3}{8}\right) = {}^2\left(\frac{3}{8}\right) \div {}^0\left(\frac{3}{8}\right)$$

$${}^2\left(\frac{2}{5}-\right) = {}^{2-4}\left(\frac{2}{5}-\right) = {}^2\left(\frac{2}{5}-\right) \div {}^4\left(\frac{2}{5}-\right)$$

مثال ٢

احسب كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$١ \quad {}^٧\left(\frac{٤}{٥}\right) \div {}^٥\left(\frac{٤}{٥}\right) \times {}^٢\left(\frac{٤}{٥}\right)$$

$$٢ \quad \frac{٤٢ \times ٥٢}{٦٢}$$

الحل

$$١ \quad {}^٧\left(\frac{٤}{٥}\right) \div {}^٧\left(\frac{٤}{٥}\right) = {}^٧\left(\frac{٤}{٥}\right) \div {}^{٥+٢}\left(\frac{٤}{٥}\right) = {}^٧\left(\frac{٤}{٥}\right) \div \left[{}^٥\left(\frac{٤}{٥}\right) \times {}^٢\left(\frac{٤}{٥}\right)\right]$$

$$١ = \text{صفر}\left(\frac{٤}{٥}\right) = {}^٧ - {}^٧\left(\frac{٤}{٥}\right) =$$

$$٢ \quad ٨ = {}^{٢٢} = {}^{٦-٩٢} = \frac{٩٢}{٦٢} = \frac{٤+٥٢}{٦٢} = \frac{٤٢ \times ٥٢}{٦٢}$$

حاول بنفسك

أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$٢ \quad {}^٦\left(\frac{٣}{٧}\right) \div {}^٨\left(\frac{٣}{٧}\right)$$

$$١ \quad {}^٢\left(\frac{١}{٥}\right) \times {}^٢\left(\frac{١}{٥}\right)$$

$$٤ \quad \frac{١}{٤} \times {}^٦\left(\frac{١}{٤}\right) \div {}^٧\left(\frac{١}{٤}\right)$$

$$٣ \quad {}^٦\left(\frac{٢}{٣}\right) \div {}^٢\left(\frac{٢}{٣}\right) \times {}^٥\left(\frac{٢}{٣}\right)$$

ملاحظة ١

من الضرب المتكرر لاحظ أن :

$$\left(\frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٤}\right) \times \left(\frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٤}\right) \times \left(\frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٤}\right) = {}^٣\left(\frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٤}\right)$$

$$\left(\frac{٥}{٧} \times \frac{٥}{٧} \times \frac{٥}{٧}\right) \times \left(\frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٤}\right) =$$

$${}^٣\left(\frac{٥}{٧}\right) \times {}^٣\left(\frac{٣}{٤}\right) =$$

وبصفة عامة إذا كان : $\frac{١}{س}$ ، $\frac{ح}{س}$ عددين نسبيين ، ٧ عدداً صحيحاً غير سالب

$$\text{فإن : } {}^٧\left(\frac{ح}{س}\right) \times {}^٧\left(\frac{١}{س}\right) = {}^٧\left(\frac{ح}{س} \times \frac{١}{س}\right)$$

ملاحظة ٢

من الضرب المتكرر لاحظ أن :

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{11}} \times \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{11}} \times \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{11}} \times \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{11}} = \left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{11}} \right)^4 = {}^4\left(\frac{5}{11} \div \frac{2}{3} \right)$$

$${}^4\left(\frac{5}{11} \right) \div {}^4\left(\frac{2}{3} \right) = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}}{\frac{5}{11} \times \frac{5}{11} \times \frac{5}{11} \times \frac{5}{11}} =$$

وبصفة عامة إذا كان : $\frac{1}{c}$ ، $\frac{a}{s}$ عددين نسبيين ، $\frac{a}{s} \neq 0$ ، n عددًا صحيحًا غير سالب

$$\text{فإن : } \left(\frac{1}{c} \div \frac{a}{s} \right)^n = {}^n\left(\frac{a}{s} \right) \div {}^n\left(\frac{1}{c} \right) \text{ (حيث } \frac{a}{s} \neq 0 \text{)}$$

مثال ٣

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$1 \quad {}^2\left(\frac{3 \text{ ص}}{ع} \right)$$

$$2 \quad {}^4\left(\frac{2 \text{ ص}}{3 \text{ ص}} \right)$$

الحل

$$1 \quad {}^2\left(\frac{3 \text{ ص}}{ع} \right) = \frac{{}^2(3 \text{ ص})}{{}^2ع} = \frac{3 \text{ ص} \times 3 \text{ ص}}{ع \times ع} = \frac{9 \text{ ص}^2}{ع^2}$$

$$2 \quad {}^4\left(\frac{2 \text{ ص}}{3 \text{ ص}} \right) = \frac{{}^4(2 \text{ ص})}{{}^4(3 \text{ ص})} = \frac{2 \text{ ص} \times 2 \text{ ص} \times 2 \text{ ص} \times 2 \text{ ص}}{3 \text{ ص} \times 3 \text{ ص} \times 3 \text{ ص} \times 3 \text{ ص}} = \frac{16 \text{ ص}^4}{81 \text{ ص}^4}$$

القانون الثالث

$$\text{تعلم أن : } {}^2(2) = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$\text{وطبقًا للقانون الأول فإن : } {}^2(2) = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$\text{أي أن : } {}^2(2) = 2^3$$

وبصفة عامة

إذا كان : $\frac{1}{c}$ عددًا نسبيًا ، n ، m عددين صحيحين غير سالبين

$$\text{فإن : } {}^{m \times n}\left(\frac{1}{c} \right) = {}^n\left({}^m\left(\frac{1}{c} \right) \right)$$

$$\text{فمثلاً : } {}^6\left(\frac{1}{2} \right) = {}^{2 \times 3}\left(\frac{1}{2} \right) = {}^3\left({}^2\left(\frac{1}{2} \right) \right) \cdot {}^2\left(\frac{2}{5} \right) = {}^{2 \times 2}\left(\frac{2}{5} \right) = {}^4\left(\frac{2}{5} \right)$$

مثال ٤

أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$٣ \quad \frac{٢(-٤س٢ص٤)}{٤(٢ص٢-)}$$

$$٢ \quad \frac{٢(٢ص)}{٢ص}$$

$$١ \quad \frac{٢(٢\frac{١}{٢}-)}{٢}$$

الحل

$$١ \quad \frac{٢(٢\frac{١}{٢}-)}{٢} = \frac{٢ \times ٢(٢\frac{١}{٢}-)}{٢} = \frac{٢(٢(٢\frac{١}{٢}-))}{٢}$$

$$\frac{٦٢٥}{١٦} = \frac{٤٥}{٤٢} = \frac{٤(٥)}{٤(٢)} = \frac{٤(٢\frac{١}{٢})}{٤}$$

$$٢ \quad \frac{٢(٢ص)}{٢ص} = \frac{٢ \times ٢ص}{٢ \times ٢ص} = \frac{٢(٢ص)}{٢(٢ص)} = \frac{٢(٢ص)}{٢ص}$$

$$٣ \quad \frac{٢ \times ٤ص \times ٢ \times ٢ص \times ٢(٤-)}{٤ \times ٢ص \times ٤ص \times ٤(٢-)} = \frac{٢(٤س٢ص٤-)}{٤(٢ص٢-)}$$

$$٢س = ٤ - ٢ص = \frac{٢س٢ص٤-}{٢ص٤-}$$

مثال ٥

$$\text{إذا كان : } س = \frac{١}{٢} , ص = -\frac{٢}{٤} , ع = \frac{٣}{٢}$$

فأوجد في أبسط صورة القيمة العددية لكل من :

$$٢ \quad \frac{٢(٤س٢ص)}{٢ص}$$

$$١ \quad \frac{٢(٢ص)}{٤}$$

الحل

$$١ \quad \frac{٢(٢ص)}{٤} = \frac{٢(٢ \times \frac{١}{٢})}{٤} = \frac{٢(\frac{٢}{٢} \div \frac{١}{٢})}{٤} = \frac{٢(\frac{٢ص}{٤})}{٤}$$

$$\frac{١}{٢١٦} = \frac{٢١}{٢٦} = \frac{٢(١)}{٢٦} = \frac{٢(\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢})}{٢٦}$$

لاحظ أنه :

$$س \div ٢ص = \frac{٢ص}{٤}$$

$$\frac{{}^2C^1_{\text{ص}} = \frac{{}^2C^{2 \times 2}_{\text{ص}} = {}^2\left(\frac{{}^2C^2_{\text{ص}}\right)}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \cancel{17} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\cancel{17}} = \frac{22}{\cancel{17}} \times \frac{\cancel{17}}{22} \times \frac{2}{2} = \frac{2\left(\frac{2}{2}\right) \times 2\left(\frac{1}{2}\right)}{2\left(\frac{2}{2}\right)} =$$

٢ حاول بنفسك

أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$Y \left(\frac{X \times Y}{O} \right) \quad (3)$$

$$^2\left(\frac{^2_1}{^2_5}\right) \boxed{2}$$

$$r(r(\frac{1}{r}))$$

الآن

يمكنك

حل الاختبارات التفاعلية
عن طريق قراءة كود QR Code

من خلال :

2




فتح البرنامج ثم تصوير
QR code
 الموجود بكل تمرين

1



تحميل برنامج
QR reader
 للموبايل



 ① $\frac{32}{1}$

$$\textcircled{A} \quad \frac{\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ \hline 10 \end{array}}{\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ \hline 20 \end{array}}$$

$$\begin{array}{r} 102 \\ 1 \overline{) 102} \\ \underline{102} \\ 0 \end{array}$$

$$\textcircled{A} \quad \frac{63}{6}$$

$$\textcircled{3} - \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{3} - \frac{21}{1}$$

تمارين 2

على القوى الصحيحة غير السالبة



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

فهم

تذكر

١ احسب كلاً مما يأتي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

$^4\left(\frac{1}{5}\right) \times \frac{1}{5}$ ٣	$^2\left(\frac{2}{3}\right) \times ^2\left(\frac{2}{3}\right)$ ٢	$^2\left(\frac{2}{3}\right) \times ^2\left(\frac{2}{3}\right)$ ١
$^0\left(\frac{2}{5}\right) \div ^7\left(\frac{2}{5}\right)$ ٦	$^2\left(\frac{2}{5}\right) \div ^0\left(\frac{2}{5}\right)$ ٥	$^1\left(\frac{1}{6}\right) \div ^9\left(\frac{1}{6}\right)$ ٤
$\frac{4}{5} \times ^7\left(\frac{4}{5}\right) \div ^1\left(\frac{4}{5}\right)$ ٩	$^2\left(\frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{4} \times ^2\left(\frac{1}{4}\right)$ ٨	$^2\frac{1}{4} \div ^2\left(\frac{5}{4}\right)$ ٧

٢ أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$\frac{^25 \times ^4(5-)}{^35}$ ٣	$\frac{^2 \times ^62}{^42 \times ^22}$ ٢	$\frac{^23 \times ^73}{^63}$ ١
$\frac{^5س \times ^2ص \times ^4س}{^2ص \times ^6ص}$ ٦	$\frac{^7(2-)^0(3-)}{^0(2-)^2(3-)}$ ٥	$\frac{^42 \times ^0(2-)}{^22 \times ^2(2-)}$ ٤

٣ أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$^4\left(\frac{2-2}{3}\right)$ ٣	$^2\left(\frac{5-}{3}\right)$ ٢	$^0\left(\frac{2-}{3}\right)$ ١
$^2\left(\frac{2-}{5}\right)$ ٦	$^2\left(\frac{2-2}{5}\right)$ ٥	$^2\left(\frac{2-}{3}\right)$ ٤
$\frac{^4(22) \times ^2(22)}{1 \times ^6(22-)}$ ٩	$\frac{^7(2ص^2ص)}{^7(2ص^2ص)}$ ٨	$^2\left(\frac{2-}{3}\right)$ ٧

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٤ احسب كلاً مما يأتي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

${}^2\left({}^2\left(2\frac{1}{4}\right)\right)$ [٣]	${}^0\left({}^2\left(\frac{3}{4}-\right)\right)$ [٢]	${}^2\left({}^2\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ [١]
${}^2\left(\frac{2}{5}-\right) \times {}^2\left(2\frac{1}{4}\right)$ [٦]	${}^1\left(\frac{7}{4}\right) \times {}^2\left({}^2\left(\frac{2}{7}\right)\right)$ [٥]	${}^{10}\left(\frac{5}{3}\right) \times {}^{10}\left(\frac{2}{5}\right)$ [٤]

٥ اختر للعمود (أ) ما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (ب)	العمود (أ)
(أ) 2 ص	[١] 2 ص
(ب) $\frac{{}^3}{\sqrt{2}}$ م	[٢] 2 ص
(ج) 27 ص 43	[٣] 2 ص
(د) $\frac{{}^3}{\sqrt{2}}$ م	[٤] 2 ص
(هـ) 2 ص	[٥] 2 ص
(و) 27 ص 43	[٦] 2 ص
(ز) $\frac{{}^3}{\sqrt{2}}$ م	[٧] 2 ص
(ح) 2 ص	[٨] 2 ص
(ط) $\frac{{}^3}{\sqrt{2}}$ م	
(ي) 2 ص	

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

23 (د)	103 (ج)	23 (ب)	73 (أ)
523	45 (ج)	10 (ب)	10 (أ)

..... = ${}^{\circ}2 \times {}^{\circ}3$ ٣

(١) ${}^{\circ}5$ (ب) ${}^{\circ}6$ (ج) ${}^{\circ}6$ (د) ${}^{\circ}256$

..... = صفر $({}^{\circ}5)$ ٤

(١) ${}^{\circ}5$ (ب) ${}^{\circ}2$ (ج) ${}^{\circ}5$ (د) ${}^{\circ}1$

..... = $({}^{\circ}2)3$ ٥

(١) ${}^{\circ}3$ (ب) ${}^{\circ}3$ (ج) ${}^{\circ}3$ (د) ${}^{\circ}223$

..... = ${}^{\circ}2({}^{\circ}5)$ ٦

(١) ${}^{\circ}5$ (ب) ${}^{\circ}5$ (ج) ${}^{\circ}25$ (د) ${}^{\circ}5$

..... = ${}^{\circ}3 + {}^{\circ}3 + {}^{\circ}3$ ٧

(١) ${}^{\circ}3$ (ب) ${}^{\circ}3$ (ج) ${}^{\circ}9$ (د) ${}^{\circ}113$

..... = ${}^{\circ}4 + {}^{\circ}4 + {}^{\circ}4 + {}^{\circ}4$ ٨

(١) ${}^{\circ}4$ (ب) ${}^{\circ}4$ (ج) ${}^{\circ}4 + 1$ (د) ${}^{\circ}4$

..... = $\frac{{}^{\circ}2({}^{\circ}3)}{{}^{\circ}2({}^{\circ}3)}$ ٩

(١) ${}^{\circ}3$ (ب) ${}^{\circ}23$ (ج) ${}^{\circ}23$ (د) ${}^{\circ}1$

..... = $\frac{{}^{\circ}2({}^{\circ}3)}{{}^{\circ}3}$ ١٠

(١) ${}^{\circ}3$ (ب) ${}^{\circ}3$ (ج) ${}^{\circ}3$ (د) ${}^{\circ}3$

..... = ${}^{\circ}2({}^{\circ}3)$ ١١

(١) ${}^{\circ}2$ (ب) ${}^{\circ}8$ (ج) ${}^{\circ}8$ (د) ${}^{\circ}22$

..... = ${}^{\circ}2({}^{\circ}3)$ ١٢

(١) ${}^{\circ}2$ (ب) ${}^{\circ}2$ (ج) ${}^{\circ}2 \times {}^{\circ}2 \times {}^{\circ}2$ (د) ${}^{\circ}2 \times {}^{\circ}2 \times {}^{\circ}2$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

١٣ ربع العدد ٢٠٤ =

(د) ١٠٢

(ج) ١٩٤

(ب) ١٠٤

(أ) ٥٤

٧ اختصر لأبسط صورة: $\frac{{}^2(ص٣) \times {}^4(ص٢)}{١٢ ص٥}$

«٢-»

ثم أوجد قيمة الناتج : عندما $ص = \frac{1}{4}$ ٨ إذا كانت : $\frac{5}{4} = أ$ ، $\frac{3}{4} - = ب$ ، $\frac{2}{5} = ح$ فأوجد القيمة العددية لكل من :« $\frac{125}{8} -$ ، $\frac{22}{243} -$ »١ $\frac{{}^2(٢ ح ٢ أ)}{ب}$ ٢ $\frac{{}^2(ب ٢ ح ٢ أ)}{ب ٥ ح ٥}$ ٩ إذا كانت : $\frac{1}{4} - = س$ ، $\frac{3}{4} = ص$ ، $\frac{2}{4} - = ع$

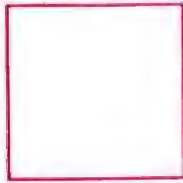
أوجد في أبسط صورة القيمة العددية لكل من :

١ $س٢ ص٢$ ٢ $ص٢ س٢$ ٣ $\frac{س٢}{ص٢ ع٢}$ « $\frac{8}{81} -$ ، $\frac{27}{206} -$ ، $\frac{9}{128} -$ »

١٠ أكمل ما يأتي :

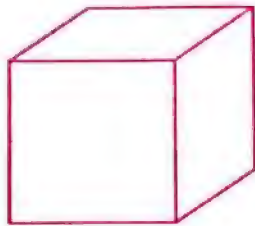
١ $\frac{127}{3} = {}^4\left({}^2\left(\frac{7}{9}\right)\right)$ ٢ إذا كان : ${}^7\left(\frac{3}{4}\right) = س \times {}^5\left(\frac{3}{4}\right)$ فإن : $س =$ ٣ الأكبر في العددين : ${}^2\left({}^5(٣-)\right)$ ، ${}^4\left({}^2(٣-)\right)$ هو العدد٤ $..... = {}^2\left({}^2(١-)\right) - {}^2\left({}^5(١-)\right)$ ٥ $.....٢ = ٤ + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{4}$ ٦ $.....٤ = س٤ \times س٢٢$

تطبيقات هندسية



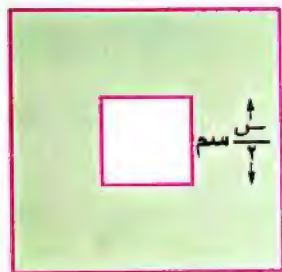
٢ سم

١١ أوجد مساحة المربع الذي طول ضلعه $\frac{2}{5}$ سم



$\frac{23}{7}$ سم

١٢ أوجد حجم المكعب الذي طول حرفه $\frac{23}{7}$ سم



٣ سم
١ سم

١٣ في الشكل المقابل :

مربع مرسوم داخل مربع

أوجد مساحة الجزء المظلل.

للمتفوقين

«١٢»

١٤ إذا كان أربعة أمثال عدد هو 4^2 فأوجد $\frac{3}{4}$ هذا العدد.

١٥ إذا كان : $\frac{1}{5} = س$ ، $ص = ٥$

« $\frac{1}{5}$ »

فأوجد قيمة : $س^{١٥} ص^{١٤}$

١٦ أثبت أن :

$$١) س^٥ + س^٢ - س^٥ + ١ = ٢٠ \times س^٥$$

$$٢) ١٥٣ + ١٤٣ \text{ تقبل القسمة على } ٤$$



تعلم أنه إذا كان : p عددًا نسبيًا لا يساوي الصفر فإن : p صفر $= 1$

$$\text{إذن : } \frac{1}{p} = \frac{p \text{ صفر}}{p} = p \text{ صفر} = 1$$

$$\text{أى أن : } \frac{1}{p} = p \text{ صفر}$$

تعريف

إذا كان : p عددًا نسبيًا لا يساوي الصفر ، p عددًا صحيحًا موجبًا

$$\text{فإن : } \frac{1}{p} = p \text{ صفر} , \quad \frac{1}{p \text{ صفر}} = p$$

$$\text{فمثلاً : } \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{5} \times 3 = 5^{-1} \times 3$$

$$50 = 25 \times 2 = 5^2 \times 2 = \frac{2}{5^{-2}}$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01 \quad , \quad 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

وهكذا ...

ملاحظات!

١ إذا كان : a عددًا نسبيًا لا يساوي الصفر ، n عددًا صحيحًا موجبًا

فإن : $a^{-n} \times a^n = a^{n-n} = a^0 = 1$ (المحايد الضربي)

أي أن : كل من a^n ، a^{-n} هو المعكوس الضربي للآخر.

٢ إذا كان : $\frac{a}{b}$ عددًا نسبيًا لا يساوي الصفر ، n عددًا صحيحًا موجبًا

فإن : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ فمثلاً : $\frac{9}{4} = 2\left(\frac{3}{2}\right) = 2^{-}\left(\frac{3}{2}\right)$

مثال ١

أوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{array}{l|l|l} 2^{-}(23) & 3 & 1 \\ \frac{2^{-} - 0}{2^{-} - 0} & 2 & 2^{-} 2 \times 42 \\ \hline 2^{-}(2-7) \times 2(27) & 6 & 2^{-}\left(\frac{2^{-} - 0 \times 20}{40 \times 1^{-} - 0}\right) & 0 & \frac{06 \times 2^{-} 6}{26} & 4 \\ & & 2^{-}\left(\frac{4}{0}\right) \div 2^{-}\left(\frac{3}{0}\right) & 7 \end{array}$$

الحل

$$1 \quad 4 = 22 = 2^{-} 42 = \frac{42}{22} = \frac{1}{22} \times 42 = 2^{-} 2 \times 42$$

$$2 \quad 0 = 2^{-} 20 = \frac{20}{20} = \frac{2^{-} - 0}{2^{-} - 0}$$

$$3 \quad \frac{1}{81} = \frac{1}{43} = \frac{1}{2(23)} = 2^{-}(23)$$

$$4 \quad 1 = \frac{06}{06} = \frac{06}{26 \times 26} = \frac{06 \times 2^{-} 6}{26}$$

$$5 \quad 2\left(\frac{60}{40}\right) = 2^{-}\left(\frac{40}{60}\right) = 2^{-}\left(\frac{0 \times 20}{40 \times 20}\right) = 2^{-}\left(\frac{2^{-} - 0 \times 20}{40 \times 1^{-} - 0}\right)$$

$$620 = 40 = 2(20) = 2^{-}(4^{-} 60) =$$

$${}^2\left(\frac{1}{{}^2V}\right) \times {}^2({}^2V) = {}^2({}^{2-V}) \times {}^2({}^2V) \quad ٦$$

$$٤٩ = {}^2V = {}^{٤-}{}^2V = \frac{1}{{}^٤V} \times {}^2V =$$

$${}^2\left(\frac{٥}{٤}\right) \div {}^2\left(\frac{٥}{٣}\right) = {}^{2-}\left(\frac{٤}{٥}\right) \div {}^{2-}\left(\frac{٣}{٥}\right) \quad ٧$$

$${}^2\left(\frac{٤}{٥} \times \frac{٥}{٣}\right) = {}^2\left(\frac{٥}{٤} \div \frac{٥}{٣}\right) =$$

$$\frac{٦٤}{٢٧} = \frac{{}^2٤}{{}^2٣} = {}^2\left(\frac{٤}{٣}\right) =$$

ملاحظة !

جميع قوانين الأسس التي درستها في الدرس السابق صحيحة في حالة الأسس السالبة وعلى هذا فإنه يمكن حل المثال السابق باستخدام قوانين الأسس كما يلي :

$$٥ = {}^2 + {}^{2-}٥ = ({}^{2-}) - {}^{2-}٥ = \frac{{}^{2-}٥}{{}^{2-}٥} \quad ٢$$

$$٤ = {}^2٢ = ({}^{2-}) + {}^{٤-}٢ = {}^{2-}٢ \times {}^{٤-}٢ \quad ١$$

$$١ = \text{صفر } ٦ = {}^{2-}٥ + {}^{2-}٦ = \frac{{}^{٥-}٦ \times {}^{2-}٦}{{}^{2-}٦} \quad ٤$$

$$\frac{1}{٨١} = \frac{1}{{}^٤٣} = {}^{٤-}٣ = ({}^{2-}) \times {}^2٣ = {}^{2-}({}^2٣) \quad ٣$$

$${}^{2-}({}^{٤-}١ + {}^{2-}٣٥) = {}^{2-}({}^{٤-} - ({}^{١-}) - ({}^{2-}) + {}^{2-}٥) = {}^{2-}\left(\frac{{}^{2-}٥ \times {}^{2-}٥}{{}^{٤-}٥ \times {}^{١-}٥}\right) \quad ٥$$

$$٦٢٥ = {}^{٤-}٥ = ({}^{2-}) \times {}^{2-}٥ = {}^{2-}({}^{2-}٥) =$$

$$٤٩ = {}^2V = {}^2({}^{2-} + {}^2V) = {}^2({}^{2-}V \times {}^2V) = {}^2({}^{2-}V) \times {}^2({}^2V) \quad ٦$$

$${}^2\left(\frac{٥}{٤} \times \frac{٣}{٥}\right) = {}^2\left(\frac{٤}{٥} \div \frac{٣}{٥}\right) = {}^2\left(\frac{٤}{٥}\right) \div {}^2\left(\frac{٣}{٥}\right) \quad ٧$$

$$\frac{٦٤}{٢٧} = \frac{{}^2٤}{{}^2٣} = {}^2\left(\frac{٤}{٣}\right) = {}^{2-}\left(\frac{٣}{٤}\right) =$$

حاول بنفسك ١

أوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

$${}^2\left(\frac{{}^٦٢ \times {}^{2-}٢}{{}^2٢}\right) \quad ٤$$

$${}^2({}^{2-}٢) \quad ٣$$

$${}^{2-}\left(\frac{٢}{V}\right) \quad ٢$$

$${}^{2-}٥ \quad ١$$

مثال ٢

اختصر كلاً مما يأتي لأبسط صورة حيث $s \neq 0$:

$$١ \quad s^0 \times s^{-2} \times s^{-2} \quad ٢ \quad (s^{-1})^2 \div (s^{-2})^2 \quad ٣ \quad s^{-2} \left(\frac{s^{-2} \times s^4}{s \times s^4} \right)$$

الحل

$$١ \quad s^0 \times s^{-2} \times s^{-2} = s^{-2} \times s^{-2} = s^{-4} = (s^{-2})^2 = (s^{-1})^2 \div (s^{-2})^2 = ٢$$

$$١ = s^0 = s^{-2-2} = s^{-4}$$

$$٢ \quad (s^{-1})^2 \div (s^{-2})^2 = s^{-2} \div s^{-4} = s^{-2-(-4)} = s^{-2+4} = s^2 = \frac{1}{s^{-2}} = \frac{1}{s^2}$$

$$\frac{1}{s^2} = s^{-2} = s^{-2+4} = s^2 = \frac{1}{s^{-2}} = \frac{1}{s^2}$$

$$٣ \quad s^{-2} \left(\frac{s^{-2} \times s^4}{s \times s^4} \right) = s^{-2} (1 - (-2) - (2) + 4) = s^{-2} (1 - (-2) - 2 + 4) = s^{-2} (1 + 2 - 2 + 4) = s^{-2} (5) = s^{-10} = \frac{1}{s^{10}}$$

$$s^{-2} (1 - (-2) - 2 + 4) = s^{-2} (1 + 2 - 2 + 4) = s^{-2} (5) = s^{-10} = \frac{1}{s^{10}}$$

$$\frac{1}{s^{10}} = s^{-10} = s^{-2-8} = s^{-10} = \frac{1}{s^{10}}$$

حاول بنفسك ٢

اختصر كلاً مما يأتي مع جعل الناتج بأس صحيح موجب حيث المقام لا يساوى الصفر :

$$١ \quad (s^{-2})^0 \quad ٢ \quad \left(\frac{s^4}{s^{-2}} \right)^{-2} \quad ٣ \quad (s^0 \times s^{-2})^2$$

$$١ \quad s^0$$

$$٢ \quad \frac{s^4}{s^{-2}}$$

$$٣ \quad s^0$$

$$١ \quad \frac{s^4}{s^{-2}}$$

$$٢ \quad \frac{s^4}{s^{-2}}$$

$$٣ \quad \frac{s^4}{s^{-2}}$$

$$٤ \quad \frac{s^4}{s^{-2}}$$

الدرس الثالث

تمارين 3

على القوى الصحيحة السالبة

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

اختبر
تفاعلك

1 احسب قيمة كل مما يأتي :

$1 - \left(\frac{1}{2}\right)$ ٣	$2 - 5$ ٢	$1 - 4$ ١
$1 - (1, 2)$ ٦	$2 - (0, 2)$ ٥	$2 - \left(\frac{2}{3} - \right)$ ٤

2 احسب قيمة كل مما يأتي :

$\frac{2-6}{2-6}$ ٤	$\frac{2}{2-3}$ ٢	$2-2 \times 2-2$ ٢	$2-3 \times 2$ ١
---------------------	-------------------	--------------------	------------------

3 احسب قيمة كل مما يأتي :

$2 - (0, 25)$ ٣	$2(2-3)$ ٢	$2 - (1-5)$ ١
$\left(\frac{48}{4-8}\right)$ صفر	$2\left(\frac{1-2}{2}\right)$ ٥	$2(2-2 \times 1-2)$ ٤

4 احسب قيمة كل مما يأتي :

$\frac{2-2 \times 52}{22 \times 4-2}$ ٣	$\frac{57 \times 2-7}{27}$ ٢	$\frac{2-8 \times 8}{2-8}$ ١
$2 - \left(\frac{9 \times 29}{59}\right)$ ٦	$\frac{2(2-2)}{2-3 \times 2-2}$ ٥	$\frac{2-2 \times 22}{2(22)}$ ٤
$\frac{2(0, 01) \times 2(10)}{2(10)}$ ٩	$2 - (2-2 \times \text{صفر})$ ٨	$1 - \left(\frac{23 \times 52}{22 \times 43}\right)$ ٧

5 اختصر كلاً مما يلي مع جعل الناتج بأس صحيح موجب حيث المقام لا يساوي الصفر :

$2-2 \times 2-2$ ٣	$2 - 1 - \text{ص}$ ٢	$1 - 7 - \text{ص}$ ١
$\frac{5-}{2-}$ ٦	$1 - \text{ص} \times 2 - \text{ص} \times 2 - \text{ص}$ ٥	$5 - \text{ص} \times 2 - \text{ص}$ ٤
$2(5-2 \times 2)$ ٩	$2 - (1-2)$ ٨	$2(2-2)$ ٧

$$\frac{3-5 \times 2}{5 \times 4-5} \quad 12$$

$$r_+ \left(\frac{r_+}{r_-} \right)$$

$$2^{-(3-5)} \times 3^{-(2-5)} \quad [10]$$

$$2(1-x+x) \quad 10$$

$$r - \left(\frac{1-r}{r} \right) \times \frac{1-r}{r} \quad \text{[3]}$$

$$\frac{2(1-s) \times 2-(2s)}{1-s \times 2-s} \quad (13)$$

٦ أكمل ما يأتي :

$$x^a y^b = x^{a-b} (x^b y^b)$$

..... = ح صفر $2-2$ 1

$$\frac{9}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots 9 = 2(1 - 3) \quad \text{[book icon]} \quad \text{[4 in red box]}$$

$$\frac{2}{1} = 2 \rightarrow 2$$

$$\frac{1}{\dots} = 1 - (2p2) \quad \text{[book icon]} \quad \text{[7 icon]}$$

..... = $2^{-(2-3)}$ 5

$$^{\circ}(\dots\dots\dots) = \frac{^{\circ}_{\text{top}}}{^{\circ}_{\text{bottom}}} \quad \boxed{\text{A}}$$

$$\frac{2}{\dots} = 2 \text{ ص } 2 \text{ ص } 2 \quad \boxed{7}$$

$$\frac{1}{s} = \dots (s) \quad 10$$

$$\dots = {}^2-(2) - \text{صفر } 2 + {}^2\left(\frac{1}{2}\right) \quad \boxed{9}$$

۱۶. $(\dots + \dots)^{-۲} = ۱ + \dots$ حيث $\neq ۰$

$$\dots \gamma = 1.2 \times 1.2 \quad (11)$$

١٣ إذا كان : س = $\frac{1}{4}$ ، ص = $\frac{1}{8}$ فإن : (س - ص) = = $\frac{1}{8}$

٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ٢ = ٣ : ٢ فإن : =

$$1 \text{ (ج)} \qquad \frac{3}{4} - (\text{د}) \qquad \frac{3}{4} \text{ (ب)} \qquad \frac{2}{3} - (\text{ا})$$

٢ إذا كان : $v = ٢$ ، $v = ٧$ فإن : $٢ \times ٢ = \dots\dots\dots$

(ا) ۲۷ س (ب) ۲۹ س (ج) ۱ (د) صفر

$$\dots = \frac{50}{50-3} \quad \boxed{3}$$

(ا) $h \div v$ (ب) $h - v$ (ج) $h + v$ (د) $\frac{h}{v}$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

$$\dots\dots\dots = \frac{٦٢٢ - ٢٢٢}{٢٢٢ - ٢٢٢} \quad \text{[٤]}$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (د)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ج)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ب)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ا)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{٢(٢-٢)}{٢(٢-٢)} \quad \text{[٥]}$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (د)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ج)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ب)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ا)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{٢}{٢-٢} \left(\frac{٢}{٢-٢} \right) \quad \text{[٦]}$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (د)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ج)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ب)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ا)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{٢(٢-٢)}{٢(٢-٢)} \quad \text{[٧]}$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (د)$$

$$١ \quad (ج)$$

$$٢ \quad (ب)$$

$$\frac{٢}{٢-٢} \quad (ا)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{٢}{٢-٢} \quad \text{[٨]}$$

$$٦ \quad (د)$$

$$\frac{٢}{٢} \quad (ج)$$

$$١- \quad (ب)$$

$$١ \quad (ا)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{١}{٢} \quad \text{[٩]}$$

$$٢ \quad (د)$$

$$١ \quad (ج)$$

$$\frac{١}{٢} - \quad (ب)$$

$$\frac{١}{٢} \quad (ا)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} \quad \text{[١٠]}$$

$$١ \quad (د)$$

$$٢-٩ \quad (ج)$$

$$٢٣ \quad (ب)$$

$$٢-٣ \quad (ا)$$

$$\dots\dots\dots \text{[١١]}$$

$$\frac{١}{٥} - \quad (د)$$

$$٥ - \quad (ج)$$

$$٥ \quad (ب)$$

$$\frac{١}{٥} \quad (ا)$$

$$\dots\dots\dots = {}^2-\left(\frac{0}{3}\right) \times {}^2\left(\frac{2}{0}\right) \quad [12]$$

$$(د) \text{ صفر} \quad (ج) {}^4-\left(\frac{2}{0}\right) \quad (ب) 1 \quad (ا) {}^4\left(\frac{2}{0}\right)$$

٨ أكمل بوضع إحدى العلامات < ، > ، = :

$${}^2_3 \dots\dots\dots {}^{20-3} \quad [1] \quad {}^{10-2} \dots\dots\dots {}^{10-2}$$

$${}^{19}(7-) \dots\dots\dots {}^{2-}(7-) \quad [4] \quad {}^{10-2} \dots\dots\dots {}^{10-0} \quad [3]$$

$${}^{10-}(1) \dots\dots\dots {}^{20-}(1-) \quad [6] \quad {}^{9-}(1-) \dots\dots\dots {}^{7-}(1-) \quad [5]$$

٩ لماذا تكون ${}^2-$ غير معرفة عند $0 =$ صفرًا ؟

١٠ احسب قيمة : ${}^3-\left(\frac{2}{0}\right) \times {}^3-\left(\frac{2}{0}\right)$ في كل من الحالتين الآتيتين :

$$[1] \quad {}^2- = ص \quad ، \quad {}^2 = ص$$

$$[2] \quad {}^2- = ص \quad ، \quad {}^2 = ص$$

$$[11] \quad \text{إذا كان : } {}^1- = ص \quad ، \quad {}^2 = ص$$

فأوجد في أبسط صورة القيمة العددية للمقدار : ${}^2-\left(\frac{ص}{ص}\right)$ « $\frac{1}{36}$ »

$$[12] \quad \text{اختصر لأبسط صورة : } \frac{{}^4_3 \times {}^{10}_2}{(12)} \quad [12] \quad \text{« } \frac{1}{3} \text{ »}$$

$$[13] \quad \text{اختصر لأبسط صورة : } \frac{{}^{10-4} \times {}^{1+10}_2}{1+10 \times {}^2_3 \times {}^{10}_2} \quad \text{ثم أوجد قيمة الناتج عندما : } 3 = 10 \quad [13] \quad \text{« } \frac{1}{4} \text{ »}$$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

تطبيقات حياتية

١٤ «يستطيع البرغوث أن يقفز لأعلى إلى ارتفاع ٢٠٠ مرة قدر طوله»



فإذا استطاع برغوث طوله ٢-٤ بوصة أن يقفز لأعلى إلى ارتفاع

٢٢ بوصة. فكم يمثل هذا الارتفاع بالنسبة إلى طول البرغوث ؟

١٥ ينمو عدد سكان مدينة طبقاً للقاعدة : $س = ٢(١,٠٢)^ص$ مليون نسمة

حيث $س$ عدد السكان بالمليون ، $ص$ عدد السنين :

١ ما عدد السكان بعد سنتين ؟

٢ ما عدد السكان الآن ؟

٣ ما عدد السكان منذ سنة ؟

للمتفوقين

١٦ إذا كان : $٢ = ٣$ فأوجد قيمة :

١ $١ + ٢$

٣ $٢ - ٤$

٢ ٢

٤ $١ - ٢$

«٦، ٩، ١، ٢»

١٧ إذا كان : $٥ = ٢$ ، $١٠ = ٥$ فأوجد قيمة : ١٠٠

١٨ بدون فك رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً بمجرد النظر :

$٢٠(٢-)$ ، $١٠(٥-)$ ، $٢٠(٢-)$ ، $١٠(٢-)$ ، $٢٠(٥-)$ ، $١٠(٢-)$

الصورة القياسية للعدد النسبي



• الصورة القياسية للعدد هي طريقة مفيدة للتعامل مع الأعداد الكبيرة جداً أو الأعداد الصغيرة جداً مثل الأعداد المذكورة في المثالين التاليين.



يبلغ طول قطر أحد الفيروسات
٢٥٠,٠٠٠,٠٠٠ سم



يبعد كوكب نبتون حوالى
٢ ٨٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ميل عن الشمس
(الميل = ١,٦ كم تقريباً)

• وقبل شرح كيفية كتابة الأعداد في صورتها القياسية يجب ملاحظة الآتى :

١ $١٠ = ١٠$ ، $١٠ = ١٠ \times ١٠ = ١٠٠$ ، $١٠ = ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ١٠٠٠$ ، وهكذا

وعلى هذا فإن :

$$١٠ \times ٥ = ١٠٠٠ \times ٥ = ٥٠٠٠ ، ١٠ \times ٢ = ١٠٠٠ \times ٢ = ٢٠٠٠$$

$$x^{-1} = \frac{1}{x} = \frac{1}{1 \times 1} = \frac{1}{1} = 1, \quad x^{-2} = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{1 \times 1} = 1$$

وهكذا ${}^{r-1}P_1 = \frac{1}{1 \times 1 \times 1} = \frac{1}{1 \dots} = 0, \dots, 1$

وعلى هذا فإن : $\bullet \quad 2^{-1} \times 3 = \frac{3}{1 \times 1} = \frac{3}{1} = 0,3$

$$t-1. \times V = \frac{V}{1. \times 1. \times 1. \times 1.} = \frac{V}{1. \dots} = \dots V \quad \bullet$$

الصورة القياسية للعدد

يكتب العدد في صورته القياسية على الصورة: 1.0×10^1 حيث $1 \leq |a| < 10$ ، $n \in \mathbb{Z}$

* أمثلة لبعض الأعداد مكتوبة في صورتها القياسية :

$7-1. \times 0.257 \cdot$

11. x 3.7

$$0 - 1, \times 1, \dots, 1 - \bullet$$

$1.1 \times 9.7 =$

$$V = \frac{1}{2} \times 1 \times 1$$

121. x 5- •

كل من الأعداد السابقة عبارة عن حاصل ضرب عددين :

- العدد الأول قد يكون موجباً أو سالباً وقيمته المطلقة أكبر من أو تساوى واحد وأصغر من ١٠.
- العدد الثانى يعبر عن قوى العدد ١٠ الموجبة أو السالبة.

* أمثلة لبعض الأعداد ليست في صورتها القياسية :

12.

..... 130 •

10×40 (لأن: $10 < 40$)

$(1. < 7.6, 4 : \text{لأن}) \circ 1. \times 7.6, 4 \bullet$

$(1 > 0, 248 : \text{لان})^{4-1} \times 0, 248 \cdot$

$$(1 > |., \dots, 10-| : \text{لأن})^{1-10} \times \dots, \dots, 10-$$

والمثال التالي يوضح كيفية كتابة هذه الأعداد لتكون في الصورة القياسية.

اكتب كلاً من الأعداد التالية في الصورة القياسية :

$1. \times 10^3$	$\dots \dots \dots 10^5$	$1. \dots \dots \dots 1$
$1. \times \dots \dots 10^{-7}$	$1. \times \dots \dots 10^{-10}$	$1. \times 10^{-7, 8}$

٧- استخدام
القوة ٧-
للعدد ١٠

تحريك العلامة العشرية
٧ أرقام اليمين

١٠. × ١,٣٥ = ٠,٠٠٠٠٠٠١٣٥

$$^a 1. \times \varepsilon, 0 = 1. \times ^A 1. \times \varepsilon, 0 = ^A 1. \times \varepsilon 0, . \therefore$$
$$^y 1. \times V, .78 = ^y 1. \times ^0 1. \times V, .78 = ^0 1. \times V, .7, 8 \therefore$$
$$1 \cdot 1 \cdot \times 2, \text{EL} = 1 \cdot 1 \cdot \times 2 \cdot 1 \cdot \times 2, \text{EL} = 2 \cdot 1 \cdot \times \dots, 2 \cdot 2 \cdot \text{EL} \therefore$$
$$1^{r-1} \times 1,0- = 1^{r-1} \times 1^{q-1} \times 1,0- = 1^{q-1} \times \dots \times 1,0- \therefore$$

الصورة القياسية للعدد ١ هي 1×10 صفر ، وكذلك العدد ٢ هي 2×10 صفر ، وهكذا ...

حاول بنفسك ١

فيما يأتي عين الأعداد التي ليست على الصورة القياسية واكتبها على الصورة القياسية :

$^{-7}١٠ \times ٠,٥$ ٣	$^8١٠ \times ١٧$ ٢	$^4-١٠ \times ٨,٥$ ١
$^6١٠ \times ٦$ ٦	$^0-١٠ \times ٠,٩٩٩-$ ٥	$^9١٠ \times ٥٣٠,٥$ ٤
$^8١٠ \times ٢,٥-$ ٩	$٠,٠٠٠٠٠٠١٠٢$ ٨	$٦٥٠ \dots \dots$ ٧

العمليات على الأعداد في الصورة القياسية

مثال ٢

اكتب ناتج كل مما يأتي على الصورة القياسية :

$(^2١٠ \times ٨) \times (^4١٠ \times ٦,٥)$ ٢	$(^3١٠ \times ٤) \times (^0١٠ \times ١,٢)$ ١
$^4(١٠ \times ٣) \times (^7١٠ \times ٦,٦)$ ٤	$(^4-١٠ \times ١,٢) \div (^{11}١٠ \times ٢,٤)$ ٣
	$(^0١٠ \times ٣,٧) + (^6١٠ \times ٢,٣)$ ٥

الحل

$$^8١٠ \times ٤,٨ = (^3١٠ \times ^0١٠) \times (٤ \times ١,٢) = (^3١٠ \times ٤) \times (^0١٠ \times ١,٢) \quad ١$$

$$(^2١٠ \times ^4١٠) \times (٨ \times ٦,٥) = (^2١٠ \times ٨) \times (^4١٠ \times ٦,٥) \quad ٢$$

$$^6١٠ \times ٥٢ =$$

$$^7١٠ \times ٥,٢ =$$

$$^{10}١٠ \times ٢ = \frac{^{11}١٠}{^4-١٠} \times \frac{٢,٤}{١,٢} = (^4-١٠ \times ١,٢) \div (^{11}١٠ \times ٢,٤) \quad ٣$$

$$(^4١٠ \times ^7١٠) \times (^4٣ \times ٦,٦) = (^4١٠ \times ^4٣) \times (^7١٠ \times ٦,٦) = ^4(١٠ \times ٣) \times (^7١٠ \times ٦,٦) \quad ٤$$

$$^{13}١٠ \times ٥,٣٤٦ = ^{11}١٠ \times ٥٣٤,٦ =$$

$$(٣,٧ + ٢٣) ^0١٠ = (٣,٧ + ١٠ \times ٢,٣) ^0١٠ = (^0١٠ \times ٣,٧) + (^6١٠ \times ٢,٣) \quad ٥$$

$$^6١٠ \times ٢,٦٧ = ٢٦,٧ \times ^0١٠ =$$

لاحظ أن :

$^6١٠ \times ٥٢$ ليست على الصورة القياسية فيجب تحويلها للصورة القياسية كما سبق.

مثال ٣

اكتب ناتج كل مما يأتي على الصورة القياسية :

$٣٠ \div ٠,٠٠٠٠١٥$ ٣	$٠,٠٠٥ \times ١٤٠ \dots$ ٢	$٤٠٠ \dots \times ٣٠ \dots$ ١
$٦(٠,٠٠١-)$ ٦	$٥(٠,٠٠٠٣)$ ٥	$٢(٥٠ \dots)$ ٤

الحل

$$(٥١٠ \times ٤) \times (٤١٠ \times ٣) = ٤٠٠ \dots \times ٣٠ \dots \quad ١$$

$$١٠١٠ \times ١,٢ = ٩١٠ \times ١٢ = (٥١٠ \times ٤١٠) \times (٤ \times ٣) =$$

$$(٣١٠ \times ٥) \times (٥١٠ \times ١,٤) = ٠,٠٠٥ \times ١٤٠ \dots \quad ٢$$

$$٢١٠ \times ٧ = (٣١٠ \times ٥١٠) \times (٥ \times ١,٤) =$$

$$(١٠ \times ٣) \div (٥١٠ \times ١,٥) = ٣٠ \div ٠,٠٠٠١٥ \quad ٣$$

$$٧١٠ \times ٥ = ٦١٠ \times ٠,٥ = \frac{٥١٠}{١٠} \times \frac{١,٥}{٣} =$$

$$١٤١٠ \times ١,٢٥ = ١٢١٠ \times ١٢٥ = ١٢١٠ \times ٢٥ = ٢(٤١٠ \times ٥) = ٢(٥٠ \dots) \quad ٤$$

$$١٨١٠ \times ٢,٤٣ = ٢٠١٠ \times ٢٤٣ = ٢٠١٠ \times ٣ = ٥(٤١٠ \times ٣) = ٥(٠,٠٠٠٣) \quad ٥$$

$$١٨١٠ = ١٨١٠ \times ٦١ = ٦(٣١٠ \times ١) = ٦(٠,٠٠١) = ٦(٠,٠٠١-) \quad ٦$$

حاول بنفسك ٢

اكتب ناتج كل مما يأتي على الصورة القياسية :

$٢٠ \div ٠,٠٠٠٦$ ٢	$(٥١٠ \times ٣) \times (٧١٠ \times ٥,٣)$ ١
$(٨١٠ \times ٠,٢) - (٩١٠ \times ٣,٢)$ ٤	$٢(٤٠٠ \dots)$ ٣

- | | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| ٨ ١ ٦٥٠١ × ٠١١١ | ٨ ١ ١ × ٠١٠٠ | ٨ ١ ١ × ٠١١١ | ٣ ١ ٧١٠١ × ٠١١١ |
| ٨ ١ ٥٠١ × ٠١٠٠ | ٧ ١ ١٠٠١ × ٠١٠٠ | ٣ ١ ٥٠١ × ٠١١١ | ٥ ١ ١٠٠٠ × ٠١٠٠ |
| ١ ١ ٨٠١ × ٠١٠٠ | ٨ ١ ٥ × ٠١٠٠ | | |

حاول بنفسك

تمارين 4

على الصورة القياسية للعدد النسبي



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

أى من الأعداد الآتية على الصورة القياسية :

$$^8 10 \times \dots 25 \quad 3$$

$$^4 - 10 \times \dots 2 \quad 2$$

$$^7 10 \times 5,3 \quad 1$$

$$10 \times 4,25 \quad 6$$

$$^{10} - 10 \times 10 \quad 5$$

$$^4 - 10 \times 7 \quad 4$$

$$^2 10 \times \dots 3 - \quad 9$$

$$^2 10 \times 5,782 - \quad 8$$

$$^6 10 \times 23,9 \quad 7$$

اكتب كلاً من الأعداد الآتية على الصورة القياسية :

$$7 \text{ مليون} \quad 3$$

$$20 \dots - \quad 2$$

$$600 \dots \quad 1$$

$$58 \quad 1$$

$$46 \ 870 \dots \quad 5$$

$$19 \text{ مليون} \quad 4$$

اكتب كلاً من الأعداد الآتية على الصورة القياسية :

$$\dots 864 \quad 3$$

$$\dots 053 \quad 2$$

$$\dots 6 \quad 1$$

$$200 \dots 01 - \quad 6$$

$$25,000 \ 3 \quad 5$$

$$\dots 421 \quad 4$$



تبلغ مساحة سطح الكرة الأرضية حوالى $510 \dots \dots$ كم²

اكتب ذلك فى الصورة القياسية.

تبلغ كتلة ذرة الهيدروجين حوالى $167 \dots \dots \dots$ جرام

اكتب ذلك فى الصورة القياسية.



تبلغ سرعة الضوء $300 \dots \dots$ كم / ث

عبر عن سرعة الضوء بالمتري/ ث

فى الصورة القياسية.





٧ اكتشف الدكتور أحمد زويل الفمتو ثانية
وهي جزء من مليون مليار جزء من الثانية
عبر عن ذلك في الصورة القياسية.

٨ عند كتابة العدد $٢,٧٤ \times ١٠^٢$ على صورة عدد صحيح أوجد عدد الأصفار التي تقع
على يمين العدد ٤

٩ اكتب الأعداد الآتية على الصورة القياسية :

$١٠^{-٥} \times ٦٨$ ٢	$١٠^٥ \times ٦٨$ ١
$١٠^{-٩} \times ٧٥٠$ ٤	$١٠^٦ \times ٧٢٠$ ٣
$١٠^{-٨} \times ٧٠٢,٥-$ ٦	$١٠^٤ \times ٣٢,٤-$ ٥
$١٠^{-١٥} \times ٥,٠٠٠$ ٨	$١٠^{-١٠} \times ٤,٠٠٠$ ٧
$١٠^{-١٢} \times ٥,٠٠٢.٢٠$ ١٠	$١٠^{-٤} \times ٣٦٠٠$ ٩

١٠ ضع العلامة المناسبة (> أو <) :

$١٠^{-٥} \times ٤,١$ <input type="text"/> $١٠^{-٤} \times ٦,٢$ ٢	$١٠^{-٢} \times ٤,٦$ <input type="text"/> $١٠^{-٢} \times ٦,٤$ ١
$١٠^{-٤} \times ٣,٤١$ <input type="text"/> ٤٣٧٠ ٤	$١٠^{-٢} \times ٣,٢$ <input type="text"/> $٤١,٠٠٠$ ٣
$١٠^{-٥} \times ١,٢$ <input type="text"/> $١٠^{-٤} \times ٩,١$ ٦	$١٠^{-٥} \times ١,٨٢$ <input type="text"/> $١٠^{-٥} \times ٢,١٠$ ٥
$٠,٠٠٠.٦٢٣$ <input type="text"/> $١٠^{-٤} \times ٣,٦٩$ ٨	٩٦٢٣٠ <input type="text"/> $١٠^٥ \times ٦,٩٢٠$ ٧

١١ رتب الأعداد الآتية تنازليًا :

$١٠^{-٨} \times ٦,٠٨$ ، $١٠^{-٢} \times ٨,٣٥$ ، $١٠^{-٢} \times ١$ ، $١٠^{-٥} \times ٥,٢$ ، $١٠^{-٢} \times ٣,٦$

١٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $١٠^٧ \times ٣,٠٤ = \dots\dots\dots$

(أ) ٣٠٤٠٠٠٠٠ (ب) ٣٠٤٠٠٠٠ (ج) ٣٤٠٠٠٠٠٠ (د) ٣٠٤٠٠٠٠٠٠

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

$$\dots\dots\dots = 2,37 \times 10^{-4}$$

(أ) $237 \dots\dots\dots$ (ب) $237 \dots\dots\dots$ (ج) $23700 \dots\dots\dots$ (د) $237 \dots\dots\dots$

إذا كان: $79 \dots\dots\dots = 7,9 \times L$ فإن: $L = \dots\dots\dots$

(أ) 10^{-4} (ب) 10^{-3} (ج) 10^{-4} (د) 10^{-4}

إذا كان: $305 \dots\dots\dots = 3,05 \times 10^{-5}$ فإن: $M = \dots\dots\dots$

(أ) $305 \dots\dots\dots$ (ب) $305 \dots\dots\dots$ (ج) $305 \dots\dots\dots$ (د) $305 \dots\dots\dots$

إذا كان سمك ورقة $0,12$ سم أي من الآتي يكون ارتفاع رزمة من 400 ورقة؟

(أ) (48×10^{-3}) سم (ب) (48×10^{-2}) سم

(ج) $(4,8 \times 10^{-1})$ سم (د) 48 سم

أي مما يأتي يساوي $\frac{1}{4}$ مليار؟

(أ) 50×10^8 (ب) 5×10^8 (ج) 5×10^9 (د) 500×10^7

أي من الآتي هو الأكبر؟

(أ) $6,3 \times 10^5$ (ب) $9,8 \times 10^4$ (ج) $5,2 \times 10^5$ (د) $7,3 \times 10^4$

أي من الآتي هو الأصغر؟

(أ) 6×10^5 (ب) 25×10^5 (ج) 7×10^4 (د) $17,5 \times 10^4$

$\dots\dots\dots = 50 \times 6 \dots\dots\dots$

(أ) 300×10^2 (ب) 30×10^5 (ج) 3×10^5 (د) 30×10^2

$\dots\dots\dots = 900 \times 45$

(أ) 45×10^2 (ب) $4,05 \times 10^2$ (ج) $4,05 \times 10^4$ (د) 45×10^4

$\dots\dots\dots = 7 \times 0,005 \dots\dots\dots$

(أ) $3,5 \times 10^2$ (ب) $3,5 \times 10^{-2}$ (ج) $3,5 \times 10^2$ (د) $3,5 \times 10^{-2}$

١٣ اكتب ناتج كل مما يأتي على الصورة القياسية :

$$({}^{10}10 \times 2,1) \times ({}^710 \times 8,2) \quad 2$$

$$({}^{10}10 \times 1,5) \times ({}^810 \times 6,4) \quad 1$$

$$({}^{10}10 \times 2) \times ({}^310 \times 4,4) \quad 4$$

$$({}^{10}10 \times 0,1) \times ({}^{10}10 \times 5,02) \quad 3$$

$$({}^{10}10 \times 5) \div ({}^{10}10 \times 125,5) \quad 6$$

$$({}^{10}10 \times 1,9) \div ({}^810 \times 3,8) \quad 5$$

$$({}^{10}10 \times 2,5) \div ({}^210 \times 5) \quad 8$$

$$({}^{22}10 \times 8,8) \div ({}^{10}10 \times 8,8) \quad 7$$

١٤ اكتب ناتج كل مما يأتي على الصورة القياسية :

$$({}^310 \times 3,76) + ({}^410 \times 4,54) \quad 1$$

$$({}^110 \times 4,6) + ({}^{10}10 \times 3,8) \quad 1$$

$$({}^{10}10 \times 6,24) - ({}^{10}10 \times 2,75) \quad 1$$

$$({}^110 \times 0,8) - ({}^810 \times 5,3) \quad 2$$

١٥ اكتب ناتج كل مما يأتي على الصورة القياسية :

$$0,0007 \times 400 \quad 1$$

$$300 \times 5000 \quad 1$$

$$500 \div 0,00023 \quad 4$$

$$0,004 \div 800 \quad 3$$

$$^2(0,002) \quad 6$$

$$^2(20,000) \quad 5$$

$$^8(0,1) \quad 7$$

١٦ أوجد قيمة n في كل مما يأتي :

$${}^{10}10 \times 6 = 0,000006 \quad 2$$

$${}^{10}10 \times 8 = 800000 \quad 1$$

$${}^{10}10 \times 3,57 = 0,000357 \quad 4$$

$${}^{10}10 \times 5,2 = 0,00052 \quad 3$$

$${}^{10}10 \times n = 76293 \quad 6$$

$${}^{10}10 \times 1,6 = ^2(0,004) \quad 5$$

تطبيقات حياتية

١٧ إذا كان طول قطر كوكب الأرض يساوى تقريباً 1.27×10^4 كم وطول قطر كوكب المريخ يساوى تقريباً 6.79×10^3 كم ، أى الكوكبين أكبر ؟ وما الفرق بين طولى قطريهما فى الصورة القياسية ؟



١٨ إذا كانت سرعة الضوء 3×10^8 م/ث :
(أ) احسب المسافة بين الشمس والأرض
إذا علمت أن ضوء الشمس يصل إلى الأرض فى ٨ دقائق.

(ب) إذا كانت المسافة بين الزهرة والشمس ١٠٨ مليون كم
احسب الوقت المستغرق بالدقائق ليصل الضوء إلى الزهرة من الشمس.

للمتفوقين

١٩ أوجد ناتج ما يأتى فى الصورة القياسية : $\frac{10 \times 4.98 + 210 \times 9.02}{10 \times 2.5}$

٢٠ بدون استخدام الآلة الحاسبة اكتب كلاً من العددين الآتين فى الصورة القياسية :

$$2810 - 2910 \quad 105 \times 192$$

٢١ إذا كان : $5 = (10 \times 3) + (10 \times 4) + (210 \times 6)$

$$+ (10 \times 9) + (10 \times 4) + (10 \times 2)$$

اكتب بدون استخدام الآلة الحاسبة العدد س فى الصورة القياسية.

ترتيب إجراء العمليات الرياضية



من المعروف أن عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة هي العمليات الرياضية الأساسية التي تُجرى على الأعداد ، وفي بعض الأحيان تأتي العمليات الأربعة كلها أو بعضها في مسألة واحدة مما يستلزم الاتفاق على قواعد تحدد لنا أولوية تنفيذ هذه العمليات. والموقف التالي يوضح أهمية ذلك.

أعطيت المسألة الآتية لكل من أحمد وهبة : احسب قيمة : $2 \times 4 + 3$

فكانت إجابتهما كالتالي :



هبة قامت بعملية الضرب أولاً، ثم

عملية الجمع فحصلت على : ١١

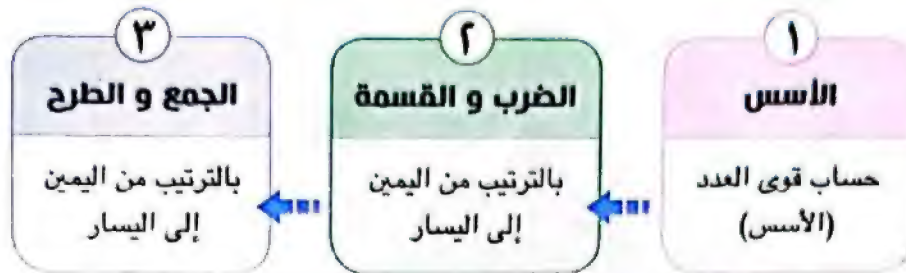


أحمد قام بعملية الجمع أولاً، ثم

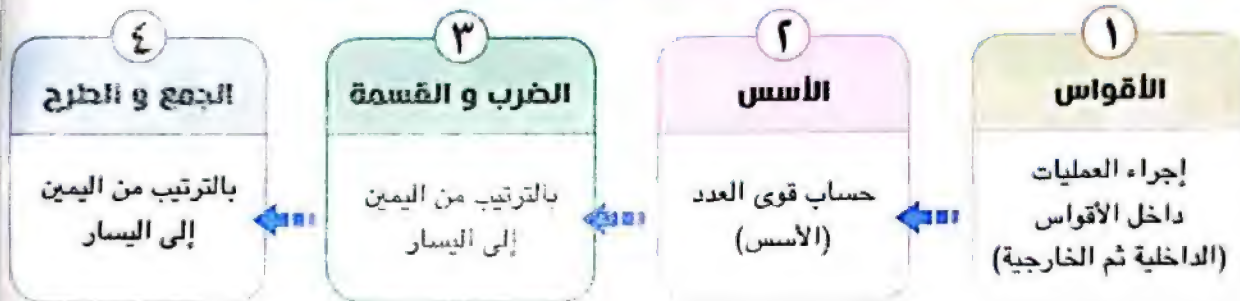
عملية الضرب فحصل على : ١٤

ونظراً لاختلاف النتائج في مثل هذه العمليات تأتي أهمية الاتفاق على بعض القواعد التي تحدد لنا ترتيب إجراء العمليات الرياضية وهي :

أولاً ترتيب إجراء العمليات الرياضية في مقدار بدون أقواس



ثانياً ترتيب إجراء العمليات الرياضية في مقدار به أقواس



* طبقاً لهذه القواعد ، فإن هبة هي التي أجابت الإجابة الصحيحة لأنها أجرت عملية الضرب أولاً ثم عملية الجمع.

لاحظ أن :

$$3 + 4 \times 2 = 11$$

الآلات الحاسبة الحديثة وأجهزة الكمبيوتر تتبع نفس الترتيب السابق لإجراء العمليات الرياضية.

مثال ٢

احسب قيمة كل مما يلي :

١ $7 - 3 \div (4 + 5) \times 6 + 2$

٢ $6 + 2 \times (3 - 8) \div 5 - 9$

الحل

(الأقواس)

$$7 - 3 \div 9 \times 6 + 2 = 7 - 3 \div (4 + 5) \times 6 + 2$$

(الضرب)

$$7 - 3 \div 54 + 2 =$$

(القسمة)

$$7 - 18 + 2 =$$

(الجمع)

$$7 - 21 =$$

(الطرح)

$$14 =$$

(الأقواس)

$$6 + 2 \times 5 \div 5 - 9 = 6 + 2 \times (3 - 8) \div 5 - 9$$

(القسمة)

$$6 + 2 \times 1 - 9 =$$

(الضرب)

$$6 + 2 - 9 =$$

(الطرح)

$$6 + 7 =$$

(الجمع)

$$13 =$$

مثال ٢

احسب قيمة كل مما يأتي :

$$1 + [(2 - 4) 3 - 8] \div 16 \quad 2 \div [(3 - 6) 2 - 4] 3 - 4$$

الحل

(القوسين الداخليين)

$$2 \div [3 \times 2 - 4] 3 - 4 = 2 \div [(3 - 6) 2 - 4] 3 - 4$$

(الضرب داخل القوسين)

$$2 \div [6 - 4] 3 - 4 =$$

(الطرح داخل القوسين)

$$2 \div [2] 3 - 4 =$$

(الضرب في القوسين)

$$2 \div 6 + 4 =$$

(القسمة)

$$3 + 4 =$$

(الجمع)

$$7 =$$

(القوسين الداخليين)	$1 + [2 \times 3 - 8] \div 16 = 1 + [(2 - 4) 3 - 8] \div 16$ ٢
(الضرب داخل القوسين)	$1 + [6 - 8] \div 16 =$
(الطرح داخل القوسين)	$1 + 2 \div 16 =$
(القسمة)	$1 + 8 =$
(الجمع)	$9 =$

مثال ٣

احسب قيمة كل مما يأتي :

$[2(1 - 4) + 5] 3 + 2$ ٢	$(1 + 4) \times 7 - 22 \times 8$ ١
	$[(2 - 22) - (1 + 23)] 3$ ٣

الحل

(الجمع داخل القوسين)	$5 \times 7 - 22 \times 8 = (1 + 4) \times 7 - 22 \times 8$ ١
(الأسس)	$5 \times 7 - 4 \times 8 =$
(الضرب)	$35 - 32 =$
(الطرح)	$3 - =$

(الطرح داخل القوسين الداخليين)	$[23 + 5] 3 + 2 = [2(1 - 4) + 5] 3 + 2$ ٢
(الأسس داخل القوسين)	$[9 + 5] 3 + 2 =$
(الجمع داخل القوسين)	$14 \times 3 + 2 =$
(الضرب)	$42 + 2 =$
(الجمع)	$44 =$

(الأسس)	$[(2 - 8) - (1 + 9)] 3 = [(2 - 22) - (1 + 23)] 3$ ٣
(الأقواس الداخلية)	$[6 - 10] 3 =$
(الطرح داخل القوسين)	$4 \times 3 =$
(الضرب)	$12 =$

ملاحظة !

فى المسائل التى تحتوى على شرطة كسر يجب إجراء العمليات الرياضية فى البسط والمقام قبل إجراء عملية القسمة.

مثال ٤

احسب قيمة كل مما يأتى :

$$\frac{(٤ - ٥) - ١١}{٢ \times ١٠ - ٢٥} \quad ٢$$

$$\frac{٦ - ٢٦}{١٢ + ٣} \quad ١$$

$$(٢ + ٢٢) - \frac{٢ - ١٢ + ٤}{٢ - ٢٣} \div ٨ + ٧ \quad ٣$$

الحل

$$٢ = \frac{١٠}{٥} = \frac{١ - ١١}{٢٠ - ٢٥} = \frac{(٤ - ٥) - ١١}{٢ \times ١٠ - ٢٥} \quad ٢$$

$$٢ = \frac{٣٠}{١٥} = \frac{٦ - ٢٦}{١٢ + ٣} \quad ١$$

$$(٢ + ٢٢) - \frac{١٤}{٧} \div ٨ + ٧ = (٢ + ٢٢) - \frac{٢ - ١٢ + ٤}{٢ - ٢٣} \div ٨ + ٧ \quad ٣$$

$$١ = ١٠ - ٤ + ٧ = ١٠ - ٢ \div ٨ + ٧ =$$

حاول بنفسك

احسب قيمة كل مما يأتى :

$$\frac{٥ \div ١٠ + ٣ \times ٦}{(٢٢ - ١٠) - ٢} \quad ٢$$

$$٢ - ٢٣ \times (٢ - ١٢) \div ٢٠ \quad ١$$

١١

١٠

التمرين ١٠

تمارين 5

على ترتيب إجراء العمليات الرياضية



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تذكر • فهم • تطبيق

احسب قيمة كل مما يلي :

$$2 \div 4 - 6 \times 2$$

$$6 \div 12 + 3$$

$$20 - 22 \times 4$$

$$23 - 7 \times 4$$

$$22 \div 8 - 144$$

$$23 \times 4 + 9$$

احسب قيمة كل مما يأتي :

$$(2 + 1) \times (6 - 9) \div 18$$

$$2(5 - 7) \div 196$$

$$(8 - 6 \times 2) - 4 \times 10$$

$$(1 - 4) - 8 + 5 \div 20$$

$$3 \div 30 \times 6 \div (6 - 30)$$

$$(3 - 5) \div 2 \times (4 - 7)$$

$$23 + 24 \div (22) 12$$

$$(3 \times 2 \div 26) 7$$

$$3 - 2 \div 20 + 10 \times 9$$

$$3 \times 22 \div (24) 9$$

$$\frac{1}{5} \div 3 - 2 \div \frac{1}{4} \times 8$$

$$9 \times \frac{1}{4} - 3 \times \frac{1}{4} \div 6$$

احسب قيمة كل مما يأتي :

$$1 - [(2 - 5) - 4]$$

$$[2 - (3 - 7)] - 2$$

$$[(1 - 2) + 4] + 22$$

$$[(4 \div 8) 2 + 5] + 3$$

$$[(8 - 9) - 4] \div 3 \times 10$$

$$4 \div [2 \times (7 - 23 + 2)]$$

$$[(1 - 24) - (1 + 25)] 2$$

$$2 \times [(8 - 3 \times 6) + 4] 3 + 2$$

$$(6-) \div 2 \times [(10-) - 11]$$

$$3 - [(8-) - 10] - 7$$

٤ احسب قيمة كل مما يأتي :

$\frac{(10-) \times 4-}{7+9-}$ ٣	$\frac{4-20+8}{4-8}$ ٢	$\frac{7+10}{4-10}$ ١
$\frac{10 \times 2}{6} - \frac{2 \times 7}{6-1-} + 2(1-2)$ ٦	$\frac{(4-0)-11}{4+1}$ ٥	$\frac{10+1}{(2-2)-8}$ ٤
$\frac{2 \div 6 \times 22}{2(1+2)+1 \times 2}$ ٩	$0-20 + \frac{0 \times 2+0}{1+22}$ ٨	$\frac{2 \times 0-20}{6 \div (2+10)}$ ٧

٥ إذا كانت : س = ٣ فما قيمة المقدار : $2 \left(\frac{3+س-0}{3-س-4} \right)$ ؟ « ٤ »

٦ أوجد القيمة العددية لكل مقدار مما يلي عندما س = ٢ ، ص = ٥ :

$2 \left(\frac{س}{ص} \right)$ ٣	$2(ص-س)$ ١	$2(ص+س)$ ١
$\frac{12}{2ص-4}$ ٦	$\frac{ص-س}{2ص}$ ٥	$\frac{26}{ص-1}$ ٤

٧ أوجد قيمة المقدار : $16 \div 4 + (4-س) \div 2 + 3-س$ عندما س = ٩ ، ص = ٦ « ١٦٨ »

٨ إذا كانت : س = $3 - (7+0) - 4$ ، ص = $0 \div (2+8) - 4$

فأوجد القيمة العددية للمقدار : س - ٤ ص « صفر »

٩ إذا كانت : س = $18 - 1 \div 2 \times 4 - 1 + 2$ ، ص = $11 + 2 - 3 \times 9 + 8$

فأوجد القيمة العددية للمقدار : $2 - \left(\frac{ص}{س} \right)$ « $\frac{1}{8}$ »

تذكر • قسم • تطبيق • حل مشكلات

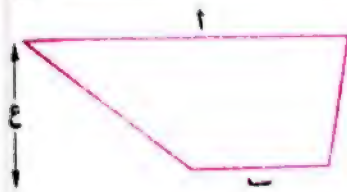
تطبيقات هندسية

١٠ في الشكل المقابل :

أوجد المساحة الكلية للمكعب إذا كان طول حرفه :

$$١ | س = ٣ أمتار \quad ٢ | س = ٠,٨ سم$$

$$٥٤ م^٣ ، ٣,٨٤ سم^٣$$



١١ في الشكل المقابل :

أوجد مساحة شبه المنحرف إذا كان :

$$١ | ع = ٤ مترين ، أ = \frac{٣}{٤} متر ، ب = \frac{١}{٤} متر$$

$$٢ | ع = ٤ أمتار ، أ = \frac{١}{٣} متر ، ب = \frac{١}{٤} متر$$

$$ع \times (أ + ب) \times \frac{١}{٢}$$

$$١ م^٣ ، ١,٥ م^٣$$

للمتفوقين

١٢ ضع الأقواس في المكان الذي يجعل كلاً من الجمل الرياضية الآتية صحيحة :

$$١ | ٥ = ٤ \times ١٢ \div ٩٦ + ٣$$

$$٢ | ٣٥ = ٤ \times ١٢ \div ٩٦ + ٣$$

$$٣ | ٣٣ = ٤ \times ١٢ \div ٩٦ + ٣$$



تعريف

الجذر التربيعي للعدد النسبي المربع الكامل \sqrt{a} هو العدد الذي مربعه يساوي a

فمثلاً: • العدد 6 هو جذر تربيعي للعدد 36 لأن: $6^2 = 36$

• العدد -6 هو جذر تربيعي للعدد 36 لأن: $(-6)^2 = 36$

أى أن: إيجاد الجذر التربيعي هو العملية العكسية لإيجاد مربع العدد بمعنى أنه لإيجاد الجذر التربيعي لعدد ما فإننا نبحث عن عدد إذا ضرب في نفسه ينتج هذا العدد.

أمثلة	وبصفة عامة
الجذر التربيعي الموجب للعدد 25 هو $\sqrt{25} = 5$	• يُرمز للجذر التربيعي الموجب للعدد a بالرمز \sqrt{a}
الجذر التربيعي السالب للعدد 16 هو $-\sqrt{16} = -4$	• يرمز للجذر التربيعي السالب للعدد a بالرمز $-\sqrt{a}$
الجذران التربيعيان للعدد 49 هما $\pm \sqrt{49} = \pm 7$	• يرمز للجذرين التربيعيين للعدد a بالرمز $\pm \sqrt{a}$ والتي تعنى: \sqrt{a} ، $-\sqrt{a}$ وكل منهما معكوس بمعنى الآخر

ملاحظات!

$$1 \quad \sqrt{\text{صفر}} = \text{صفر}$$

2 في مجموعة الأعداد النسبية لا معنى لإيجاد \sqrt{a} إذا كان العدد a عددًا نسبيًا سالبًا لأنه لا يوجد عدد نسبي إذا ضرب في نفسه يكون الناتج سالبًا.

$$3 \quad |a| = \sqrt{a^2}$$

$$\text{فمثلاً: } 3 = |3| = \sqrt{3^2} \quad \frac{x}{y} = \left| \frac{x}{y} \right| = \sqrt{\left(\frac{x}{y} \right)^2}$$

$$4 \quad |-a| = \sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2}$$

$$\text{فمثلاً: } |-3| = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2}$$

$$5 \quad \text{إذا كانت: } a = \sqrt{b} \quad \text{حيث } b \leq 0 \quad \text{فإن: } \pm \sqrt{b}$$

مثال 1

أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$\sqrt{\frac{1}{4}} \pm 3$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} - 2$$

$$\sqrt{36} \quad 1$$

$$\sqrt{\frac{3.6}{1.0}} \pm 6$$

$$\sqrt{.25} - 5$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{5} \right)^2} \quad 4$$

$$\sqrt{\frac{81 \cdot 36}{5 \cdot 49}} \quad 9$$

$$\sqrt{36 - 100} \quad 8$$

$$\sqrt{9 + 16} \quad 7$$

الحل

$$2 \quad \sqrt{\frac{16}{25}} - 2 = \sqrt{\left(\frac{4}{5} \right)^2} - 2 \quad \left(\frac{16}{25} = \left(\frac{4}{5} \right)^2 \right)$$

$$1 \quad \sqrt{36} = 6 \quad (\text{لأن: } 6^2 = 36)$$

$$4 \quad \sqrt{\frac{3.6}{1.0}} \pm 6 = \sqrt{\left(\frac{2}{5} \right)^2} \pm 6$$

$$3 \quad \sqrt{\frac{1}{4}} \pm 3 = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2} \pm 3$$

$$6 \quad \sqrt{\frac{81 \cdot 36}{5 \cdot 49}} \pm 9 = \sqrt{\frac{36 \cdot 81}{1.0}} \pm 9$$

$$5 \quad \sqrt{.25} - 5 = \sqrt{\frac{25}{100}} - 5 = \sqrt{\frac{5}{10}} - 5$$

لاحظان

عند وجود عملية جمع أو طرح تحت الجذر
تجرى العملية أولاً قبل إيجاد الجذر.

$$٥ = \sqrt{٢٥} = \sqrt{٩ + ١٦} \quad ٧$$

$$٨ = \sqrt{٦٤} = \sqrt{٣٦ - ١٠٠} \quad ٨$$

$$\frac{١٢٦}{٢٥٧} = \frac{٨٢٣٦}{٤٥٤٩} \quad ٩$$

حاول بنفسك ١

أكمل ما يأتي :

$$\begin{array}{|l} \dots = \sqrt{\frac{٣٦}{٢٥}} - \boxed{٣} \\ \dots = \sqrt{٦٤ - ١٠٠} \quad \boxed{٦} \end{array} \quad \begin{array}{|l} \dots = \sqrt{٩٠٠} - \boxed{٢} \\ \dots = \sqrt{٠,٦٤} \quad \boxed{٥} \end{array} \quad \begin{array}{|l} \dots = \sqrt{٦٤} \quad \boxed{١} \\ \dots = \sqrt{٦\frac{١}{٤}} \pm \boxed{٤} \end{array}$$

ملاحظة !

في بعض الحالات يكون من الأسهل استخدام التحليل لإيجاد الجذر التربيعي لعدد ما ، ولكي
نقوم بذلك فإننا نحلل العدد المعطى إلى عوامله الأولية ، ثم نأخذ من كل عاملين متساويين
عاملاً واحداً ، فيكون حاصل ضرب هذه العوامل المأخوذة هو الجذر التربيعي لهذا العدد.

مثال ٢

أوجد : $\sqrt{٤٤١}$

الحل

$$\begin{array}{r} \textcircled{٣} \begin{array}{r} ٣ \overline{) ٤٤١} \\ ٩ \\ \hline ١٤٧ \\ ١٤٧ \\ \hline ٠ \end{array} \\ \textcircled{٧} \begin{array}{r} ٧ \overline{) ٤٩} \\ ١٤ \\ \hline ١٥ \\ ١٤ \\ \hline ١ \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} ٧ \times ٧ \times ٣ \times ٣ = ٤٤١ \quad \therefore \\ \downarrow \quad \downarrow \\ ٢١ = ٧ \times ٣ = \sqrt{٤٤١} \quad \therefore \end{array}$$

مثال ٣

اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة :

$$1 \quad \sqrt{\frac{49}{4}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} \quad 2 \quad \sqrt{\frac{74}{9}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} \quad 3 \quad \sqrt{\frac{20}{9}} \div \sqrt{\frac{2}{5}}$$

الحل

$$1 \quad \sqrt{\frac{49}{4}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{7}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$$

$$2 \quad \sqrt{\frac{74}{9}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{74}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{148}}{3\sqrt{5}}$$

$$3 \quad \sqrt{\frac{20}{9}} \div \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{20}}{3} \div \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{20}}{3} \times \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{50}}{3}$$

$$\frac{120}{27} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

حاول بنفسك ٢

اختصر لأبسط صورة :

$$1 \quad \sqrt{\frac{81}{16}} \times \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$2 \quad \sqrt{\frac{49}{36}} \times \sqrt{\frac{2}{5}}$$

مثال ٤

مثلث طول قاعدته ١٦ سم وارتفاعه ٨ سم. أوجد طول ضلع مربع مساحته تساوي مساحة هذا المثلث.

الحل

$$\therefore \text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \text{مساحة المربع} = 64 \text{ سم}^2 \quad \therefore \text{طول ضلع المربع} = \sqrt{64} = 8 \text{ سم}$$

حاول بنفسك ٣

مربع مساحته ١,٤٤ سم^٢ احسب محيطه.

١. ١٠ ٢. ١٠ ٣. ١٠ ٤. ١٠ ٥. ١٠ ٦. ١٠ ٧. ١٠ ٨. ١٠ ٩. ١٠ ١٠. ١٠

مربع مساحته ١,٤٤ سم^٢

تمارين 6

على الجذر التربيعي لعدد نسبي مربع كامل



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

فهم

تذكر

أوجد كلاً مما يأتي :

$\sqrt{4000} \pm$ [4]	$\sqrt{2000} \pm$ [3]	$\sqrt{20} -$ [2]	$\sqrt{16} \pm$ [1]
$\sqrt{1,44} \pm$ [8]	$\sqrt{0,81} \pm$ [7]	$\sqrt{\frac{64}{25}} -$ [6]	$\sqrt{\frac{9}{49}} \pm$ [5]
$\sqrt{28} \pm$ [12]	$\sqrt{24} -$ [11]	$\sqrt{\frac{11}{25}} -$ [10]	$\sqrt{6\frac{1}{4}} \pm$ [9]
$\sqrt{\frac{2,5}{40}} -$ [16]	$\sqrt{\frac{576}{1225}} \pm$ [15]	$\sqrt{2\left(-\frac{2}{3}\right)} \pm$ [14]	$\sqrt{2\left(\frac{81}{100}\right)} \pm$ [13]
$\sqrt{\frac{4916}{20121}} \pm$ [18]			$\sqrt{\frac{4949}{20}} -$ [17]
$\sqrt{\frac{25-25\sqrt{3}}{36}}$ [20]			$\sqrt{\frac{2-4949}{9}}$ [19]

أوجد الجذرين التربيعيين لكل من الأعداد الآتية :

$0,25$ [4]	$6\frac{1}{4}$ [3]	144 [2]	64 [1]
------------	--------------------	-----------	----------

أوجد كلاً مما يأتي :

$\sqrt{81-225} -$ [3]	$\sqrt{64+36} \pm$ [2]	$\sqrt{16} + \sqrt{9} \pm$ [1]
$1 + \sqrt{\frac{9}{16}}$ [6]	$\sqrt{28-2(10)} -$ [5]	$\sqrt{24+23} \pm$ [4]
$\sqrt{2\left(\frac{1}{4}\right) \times 2\left(\frac{1}{4}\right)}$ [9]	$\sqrt{4\left(\frac{1}{4}\right) \times 4\left(\frac{1}{4}\right)}$ [8]	$\sqrt{\frac{25 \times 45}{50}}$ [7]

أكمل ما يأتي :

$\dots\dots\dots = \frac{14}{27} \times \sqrt{\frac{81}{49}}$ [2]	$\dots\dots\dots = \sqrt{\frac{16}{9}} \times \frac{3}{4}$ [1]
---	--

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

$$\sqrt{\dots} = \sqrt{16} + \sqrt{36} \quad [4] \quad \dots = \sqrt{\frac{2}{2}} + \frac{2}{2} - \frac{9}{4} \sqrt{\dots} \quad 3$$

5 المعكوس الضربي للعدد $\sqrt{\frac{4}{25}}$ في أبسط صورة يساوي

6 المعكوس الضربي للعدد $\sqrt{0.49}$ في أبسط صورة يساوي

7 المعكوس الضربي للعدد النسبي $\sqrt{\frac{10}{2.5}}$ يساوي

8 المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{\frac{9}{16}}$ في أبسط صورة يساوي

9 العدد النسبي $6\frac{1}{4}$ على الصورة $\left(\frac{1}{\dots}\right)^2$ هو

$$\dots = \sqrt{2(3-\dots)} \quad [10] \quad \dots = \sqrt{42} - 8 \quad [11]$$

12 إذا كان $\frac{1}{2} - \dots = \frac{9}{8}$ ، فإن $\sqrt{2} - \dots = \dots$

13 إذا كان $2 - \sqrt{36} = \dots$ ، فإن $\dots = \dots$

14 إذا كان $2 = \dots = 0.00625$ ، فإن $\sqrt{2} = 10 \times 2.5 = \dots$

5 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$\dots = \sqrt{1\frac{9}{16}} \quad 1$$

$1\frac{1}{4} - (د)$ $1\frac{1}{4} (ج)$ $1\frac{3}{4} - (ب)$ $1\frac{3}{4} (ا)$

$$\dots = \sqrt{16 - 10} \quad [12] \quad 2$$

$8 \pm (د)$ $4 \pm (ج)$ $8 (ب)$ $4 (ا)$

$$\dots = \sqrt{18 \times 10 \times 10 \times 18} \quad 3$$

$100 (د)$ $10 (ج)$ $180 (ب)$ $18 (ا)$

$$\dots = \sqrt{81} \sqrt{\dots} \quad 4$$

$3 (د)$ $9 (ج)$ $27 (ب)$ $81 (ا)$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{20} + \sqrt{2} \quad \boxed{5}$$

(أ) 3 (ب) 3- (ج) 9 (د) 9-

6 إذا كان : $\frac{8}{s} = \frac{s}{4}$ فإن : $s = \dots\dots\dots$

(أ) 4 (ب) 4- (ج) $4 \pm$ (د) 16

7 إذا كان : $\sqrt{\frac{1}{4}} = s$ فإن : $s^2 = \dots\dots\dots$

(أ) $\frac{2}{8}$ (ب) $\frac{1}{8}$ (ج) $\frac{1}{16}$ (د) $\frac{1}{64}$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{(3+2)^2(3+2)^2} \quad \boxed{8}$$

(أ) $\sqrt{(3+2)^2}$ (ب) $\sqrt{3+2}$ (ج) $\sqrt{(3+2)^2} -$ (د) $\pm \sqrt{(3+2)^2}$

9 $\dots\dots\dots = \sqrt{64} + \sqrt{49} + \sqrt{36} + \sqrt{25} + \sqrt{16} + \sqrt{9} + \sqrt{4} + \sqrt{1}$

(أ) 6 (ب) $\sqrt{204}$ (ج) $\sqrt{81}$ (د) 26

10 طول ضلع المربع الذي مساحته 16 سم² هو $\dots\dots\dots$ سم.

(أ) 8 سم (ب) 4 سم (ج) 2 سم (د) 8 سم²

6 اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة :

$$\sqrt{\left(\frac{1}{3} - \right)} \div \frac{9}{16} \sqrt{} \times \frac{2}{5} \quad \boxed{2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{5} - \right)} \times \sqrt{\frac{49}{5}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} \quad \boxed{1}$$

$$\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)} \times \sqrt{\left(\frac{2}{3} - \right)} \times \frac{3}{4} \quad \boxed{4}$$

$$\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)} - \sqrt{\frac{64}{81}} + \sqrt{\left(\frac{1}{3} - \right)} \quad \boxed{3}$$

7 اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة :

$$\sqrt{\left(\sqrt{20} + \sqrt{16}\right)} \quad \boxed{3}$$

$$\sqrt{20} + \sqrt{16} \quad \boxed{2}$$

$$\sqrt{20} + \sqrt{16} \quad \boxed{1}$$

8 أوجد عددين نسبيين يقعان بين : $\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{9}$

٩ أوجد كلاً مما يأتي :

$$\sqrt{1 + \frac{1}{4} \times 2 - 2\left(\frac{1}{4}\right)} \quad \boxed{2}$$

$$\sqrt{1 + 5 \times 2 - 2 \cdot 5} \quad \boxed{1}$$

$$\sqrt{(6+2) \div (11+5) \times 8} \quad \boxed{4}$$

$$\sqrt{(1-4) - 8 + 5 \div 20} \quad \boxed{3}$$

تطبيقات هندسية

١٠ ١ $\overline{س ص}$ قطعة مستقيمة بحيث $(س ص)^2 = 25$ ، $ع$ منتصف $\overline{س ص}$

«٢,٥ سم»

احسب طول $\overline{س ع}$ ٢ $\overline{ا ح}$ إذا كان : $(ا ح)^2 = 144$ ، $(ب ح)^2 = 625$ وكانت : $ب \in \overline{ا ح}$

«٣٧ سم»

فأوجد طول $\overline{ا ح}$

«٢,٨ سم»

٣ مربع مساحته ٠,٤٩ سم^٢ أوجد محيطه.٤ $\overline{ا ب}$ مساحة مربع تساوى مساحة مثلث طول قاعدته ٩ سم وارتفاعه ٨ سم

«٦ سم»

أوجد طول ضلع المربع.

«٧ سم»

٥ دائرة مساحتها ١٥٤ سم^٢ احسب طول نصف قطرها $\left(\frac{22}{7} = \pi\right)$

«٨٨ سم»

٦ دائرة مساحتها ٦١٦ سم^٢ احسب محيطها $\left(\frac{22}{7} = \pi\right)$ ٧ $\overline{ا ب}$ إذا كانت $\frac{3}{4}$ مساحة مربع تساوى $1\frac{11}{16}$ م^٢ فاحسب طول ضلعه. «١ $\frac{1}{4}$ متر»٨ $\overline{ا ب}$ إذا كان طول مستطيل يساوى ضعف عرضه وكانت مساحة المستطيل

«٧ سم ، ٣,٥ سم»

تساوى ٢٤,٥ سم^٢ احسب كلاً من الطول والعرض.

للمتفوقين

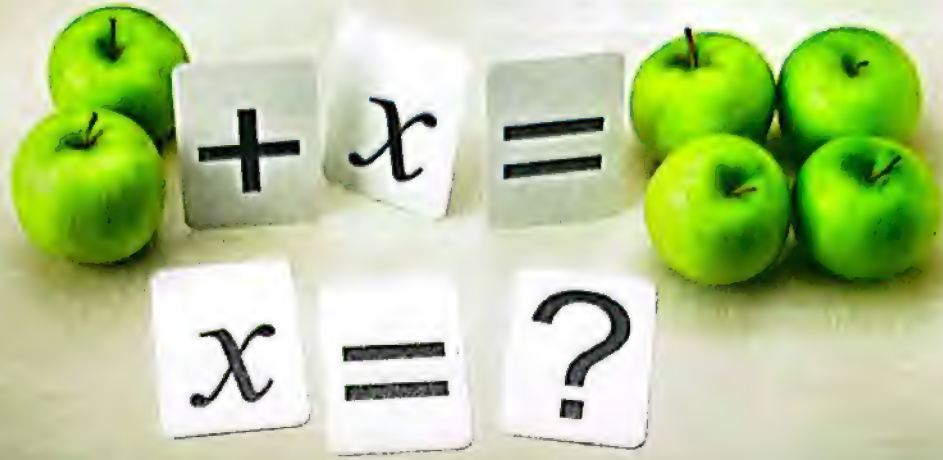
١١ إذا كان : ٢ ، $ب$ هما الجذران التربيعيان للعدد $ح$ حيث $ح \neq ٠$. أكمل ما يأتي :

$$١ \quad ٢ + ب = \dots\dots\dots$$

$$٢ \quad \frac{١}{ب} = \dots\dots\dots$$

$$٣ \quad ٢ + ب + ح = \dots\dots\dots$$

١٢ $\overline{ا ب}$ إذا كان : $\frac{١}{ب}$ عدداً نسبياً ، $\frac{١}{ب} = ١٦$ ، فأوجد قيمة : $٢\left(\frac{١}{ب}\right)$ «٦٤ ±»



المعادلة

هى جملة رياضية تحتوى على متغير مثل s (أو أكثر مثل s ، v) وتتضمن علاقة التساوى «=»

مثل: $2 = s$ ، $s + 3 = 5$ ، $2s - v = 3$ ، $s^2 = 25$

درجة المعادلة

هى أعلى درجة حد جبرى تحتوى عليه المعادلة.

فمثلاً: $5 = s + 2$ معادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد s
 $s^2 + s - 3 = 0$ معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد s
 $2s + 3v = 5$ معادلة من الدرجة الأولى فى مجهولين s ، v

مجموعة التعويض

هى المجموعة التى تنتمى إليها القيم المحتملة للمجهول فى المعادلة.

مجموعة حل المعادلة

هى المجموعة التى عناصرها هى قيم المتغير التى تحقق تساوى طرفى المعادلة وهى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.

فمثلاً: إذا كان $x = 3$ و مجموعة التعويض هي $\{2, 3\}$
 بوضع $x = 2$: **قد أن** : الطرف الأيمن $= 3 + 2 = 5$ = الطرف الأيسر

أى أن : $x = 2$ حل للمعادلة.

، بوضع $x = 3$: **قد أن** : الطرف الأيمن $= 3 + 3 = 6 \neq$ الطرف الأيسر

أى أن : $x = 3$ ليس حلاً للمعادلة.

∴ مجموعة الحل $= \{2\}$ وهي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض $\{2, 3\}$

• الطريقة السابقة لحل المعادلة تُسمى طريقة التعويض ونلاحظ أنها طريقة طويلة وقد تكون مستحيلة إذا كان عدد عناصر مجموعة التعويض عدداً لا نهائياً كما هو الحال فى ط ، ص ، ن ، و لذلك فإننا سوف نستخدم طرقاً أسهل وهذا يتطلب دراسة خواص علاقة التساوى بهدف جعل المجهول x منفرداً فى أحد طرفي المعادلة.

خواص علاقة التساوى

<p>• يمكن إضافة أى عدد نسبي إلى طرفي المعادلة.</p> <p>فمثلاً: إذا كان $x = 3$: $2 = 3 + x$ فإن $x = 3 + 2 = 5$: $2 - 2 = 5 - 2$ أى أن : $x = 5$</p>	<p>• يمكن طرح أى عدد نسبي من طرفي المعادلة.</p> <p>فمثلاً: إذا كان $x = 3$: $2 = 3 + x$ فإن $x = 3 - 2 = 1$: $2 - 2 = 1 - 2$ أى أن : $x = 1$</p>
<p>• يمكن قسمة طرفي المعادلة على أى عدد نسبي لا يساوى الصفر.</p> <p>فمثلاً: إذا كان $x = 7$: $14 = 2x$ فإن $\frac{14}{2} = \frac{2x}{2}$: $7 = x$ أى أن : $x = 7$</p>	<p>• يمكن ضرب طرفي المعادلة فى أى عدد نسبي.</p> <p>فمثلاً: إذا كان $x = \frac{1}{2}$: $2 = \frac{1}{2}x$ فإن $\frac{1}{2}x = 2 \times \frac{1}{2}$: $x = 4$ أى أن : $x = 4$</p>

ويتطبيق أى من الخواص السابقة على أى معادلة فإننا نحصل على معادلة مكافئة للمعادلة الأصلية لها نفس الحل.

وبصفة عامة : إذا كان : a, b, c ثلاثة أعداد نسبية فإن لهذه الأعداد الخواص الآتية :

١ إذا كان : $a = b$	فإن : $a + c = b + c$
٢ إذا كان : $a + b = c + d$	فإن : $a = c$
٣ إذا كان : $a = b$	فإن : $a \times c = b \times c$
٤ إذا كان : $a \times b = c \times d, c \neq 0$	فإن : $a = c$

والأمثلة التالية توضح استخدام خواص علاقة التساوى لحل معادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد.

مثال ١

أوجد مجموعة حل المعادلة : $5x + 4 = 0$ إذا كانت مجموعة التعويض :

١ ص ٢ ط

الحل

١ إذا كانت مجموعة التعويض ص :

$$5x + 4 = 0$$

«وبإضافة ٥ للطرفين وهو المعكوس الجمعى

للعدد ٥»

$$5x + 4 + (-5) = 0 + (-5)$$

$$5x - 1 = -5 \quad \text{أى أن : } 5x = -4$$

يمكنك التحقق من صحة الحل بالتعويض فى المعادلة الأصلية عن قيمة $x = -1$

ف نجد أن : الطرف الأيمن $= -5 + 4 = -1$ = الطرف الأيسر

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{-1\}$$

طريقة أخرى :

يمكنك تخيل أن ٥ تحركت من الطرف

الأيمن إلى الطرف الأيسر وأصبحت -٥

$$5x + 4 = 0 \quad \text{أى أن : } 5x = -4$$

٢ إذا كانت مجموعة التعويض ط :

وبطرح ٥ من الطرفين $\therefore س + ٥ = ٤$

$\therefore س = ٤ - ٥$ $\therefore س = ٥ - ٥ + ٤ - ٥$

، \therefore عملية الطرح (٥ - ٤) غير ممكنة في ط \therefore مجموعة الحل في ط هي \emptyset

مثال ٢

أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين في ك :

١ $١٣ = ٥ - س$ ٢ $٥ = س - \frac{٣}{٤} - ٢\frac{١}{٤}$

الحل

١ $\therefore ١٣ = ٥ - س$

«وبإضافة ٥ للطرفين وهي المعكوس الجمعي للعدد -٥»

$\therefore ١٣ + ٥ = ٥ - س + ٥$

أى أن : $١٨ = س$

«وبقسمة الطرفين على ٢»

$\therefore \frac{١٨}{٢} = \frac{س}{٢}$ أى أن : $٩ = س$

\therefore مجموعة الحل = $\{٩\}$

«تتقق من صحة الناتج»

٢ $\therefore ٥ = س - \frac{٣}{٤} - ٢\frac{١}{٤}$ «وبطرح $٢\frac{١}{٤}$ من الطرفين»

$\therefore ٢\frac{١}{٤} - ٥ = س - \frac{٣}{٤} - ٢\frac{١}{٤} - ٥$ $\therefore ٢\frac{١}{٤} = س - \frac{٣}{٤}$

$\therefore س - \frac{٣}{٤} = \frac{٥}{٤}$ «وبضرب الطرفين في $\frac{٤}{٤}$ وهو المعكوس الضربى للعدد $\frac{٤}{٤}$ »

$\therefore س - \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٤} = \frac{٥}{٤} \times \frac{٤}{٤}$ $\therefore س - = \frac{٥}{٤}$

\therefore مجموعة الحل = $\{\frac{٥}{٤}\}$

«تتقق من صحة الناتج»

طريقة أخرى :

يمكنك تخيل أن ٢ تحركت من الطرف الأيمن إلى الطرف الأيسر وأصبحت مقسومًا عليها.

$\frac{١٨}{٢} = س$ (٢) ← $١٨ = س$

مثال ٣

أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

$$١ \quad ٢(س + ٣) = ٤ \quad \text{حيث } س \in \mathbb{R} \quad ٢ \quad ٥(س + ٢) - ١ = ١٩ \quad \text{حيث } س \in \mathbb{N}$$

الحل

$$١ \quad \therefore ٢(س + ٣) = ٤ \quad \text{«بقسمة الطرفين على ٢»}$$

$$\therefore \frac{٢(س + ٣)}{٢} = \frac{٤}{٢} \quad \text{«بإضافة ٣ للطرفين»} \quad \therefore س + ٣ = ٢$$

$$\therefore س = ٢ - ٣ = -١ \quad \therefore \text{مجموعة الحل} = \{-١\}$$

$$٢ \quad \therefore ٥(س + ٢) - ١ = ١٩$$

«باستخدام خاصية التوزيع»

$$\therefore ٥س + ١٠ - ١ = ١٩$$

$$\therefore ٥س + ٩ = ١٩ \quad \text{«بإضافة ٩ للطرفين»}$$

$$\therefore ٥س = ١٩ - ٩ = ١٠$$

$$\therefore س = \frac{١٠}{٥} = ٢ \quad \text{«بقسمة الطرفين على ٥»}$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{٢\}$$

لاحظ أن

المعادلات :

$$٥(س + ٢) - ١ = ١٩$$

$$٥س + ٩ = ١٩$$

$$٥س = ١٠$$

كلها معادلات متكافئة

مثال ٤

أوجد في \mathbb{N} مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

$$١ \quad ٣س + ٢ = ٤ + (س + ١) \quad ٢ \quad ٢(س + ٣) - (٢ - س) = ٤ + (س - ١)$$

الحل

لاحظ أن المجهول $س$ موجود في الطرفين فنعمل على تجميعه في طرف واحد وليكن الأيمن :

$$١ \quad \therefore ٣س + ٢ = ٤ + (س + ١) \quad \text{«باستخدام خاصية التوزيع»}$$

استخدام المعادلات في حل المسائل اللفظية

لحل المسائل اللفظية في الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية.
والجدول التالي يوضح بعض الأمثلة لذلك.

الجملة اللفظية	التعبير الجبري
• عدنان مجموعهما ٩	$س + ٩ = س$
• عدنان الفرق بينهما ٤	$س - ٤ = س$ أو $(س + ٤) = س$
• عدنان حاصل ضربهما ١٠	$س ، \frac{١٠}{س}$
• عدنان أحدهما ضعف الآخر	$س ، ٢س$ أو $(س ، \frac{١}{٢}س)$
• عدنان أحدهما ثلث الآخر	$س ، \frac{١}{٣}س$ أو $(س ، ٣س)$
• ثلاثة أمثال عدد مطروحاً منه ٨	$٣س - ٨$
• عدنان أحدهما يزيد عن ضعف الآخر بمقدار ٥	$س ، ٢س + ٥$
• ثلاثة أعداد صحيحة متتالية	$س ، س + ١ ، س + ٢$
• ثلاثة أعداد زوجية متتالية	$س ، س + ٢ ، س + ٤$
• ثلاثة أعداد فردية متتالية	$س ، س + ٢ ، س + ٤$

مثال 5

عددان طبيعيان أحدهما ثلاثة أمثال الآخر فإذا كان مجموعهما ١٦ فأوجد العددين.

الحل

• نرمز لأحد العددين بأحد الرموز وليكن x

• باستخدام معطيات المسألة نكون معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد.

∴ العدد الآخر ثلاثة أمثال العدد x ∴ العدد الآخر $= 3x$

∴ مجموع العددين $= 16$ ∴ المعادلة هي : $x + 3x = 16$

• نحل المعادلة التي حصلنا عليها لإيجاد قيمة المجهول.

∴ $x + 3x = 16$ ∴ $4x = 16$ وبالقسمة على ٤

∴ $x = 4$ أي أن : أحد العددين $= 4$ ، العدد الآخر $= 3 \times 4 = 12$

• نتأكد من صحة الحل باستخدام المسألة نفسها وليس باستخدام المعادلة.

∴ ١٢ ثلاثة أمثال ٤ ، $12 = 4 + 16$ ∴ الحل صحيح.

مثال 6

ثلاثة أعداد طبيعية فردية متتالية مجموعها ٢٧ ، أوجد هذه الأعداد.

الحل

نفرض أن العدد الفردي الأصغر $= x$

∴ كل عدد فردي يزيد عن العدد الفردي السابق له بمقدار ٢

∴ العدد الفردي التالي $= x + 2$ ، العدد الفردي الثالث $= x + 4$

∴ مجموع الأعداد $= 27$ ∴ $27 = (x) + (x + 2) + (x + 4)$

∴ $27 = 3x + 6$ ∴ $27 - 6 = 3x$ ∴ $21 = 3x$

∴ $x = 7$ أي أن : الأعداد هي : ٧ ، ٩ ، ١١

التحقق من صحة الحل :

∴ الأعداد : ٧ ، ٩ ، ١١ طبيعية فردية متتالية ، $27 = 7 + 9 + 11$ ∴ الحل صحيح.

تذكر أن



- محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)
- محيط المربع = طول الضلع $\times 4$
- محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه
- مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times$ طول القاعدة \times الارتفاع
- مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°

مثال ٧

مستطيل طوله ضعف عرضه ومحيطه يساوي ١٨ سم أوجد بعدي المستطيل.

الحل

نفرض أن عرض المستطيل = x سم ، \therefore طوله = $2x$ سم

، \therefore محيط المستطيل = $2(x + 2x)$

$$\therefore 18 = 2(x + 2x) \quad \therefore 18 = 2 \times 3 \times x$$

$$\therefore 18 = 6x \quad \therefore x = 3$$

أي أن : عرض المستطيل = ٣ سم ، طول المستطيل = ٦ سم

التحقق من صحة الحل :

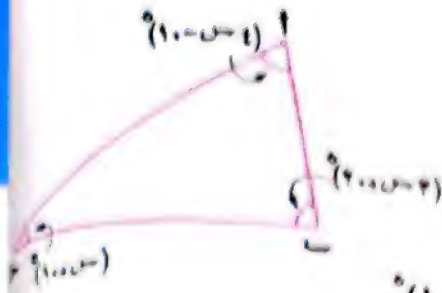
\therefore طول المستطيل ٦ سم يساوي ضعف عرض المستطيل ٣ سم

$$، \text{ محيط المستطيل } = 2(3 + 6) = 18 = 2 \times 9 \text{ سم}$$

\therefore الحل صحيح.

مثال ٨

في الشكل المقابل :



أ- احس مقياس فيه $\angle (10 - x) = \angle (10 + x)$ ،
 ب- $\angle (20 + 3x) = \angle (10 + x)$ ،
 ج- $\angle (10 + x) = \angle (20 + 3x)$ ،
 أوجد قياسات الزوايا الثلاث.

الحل

∴ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°

$$180 = (10 + x) + (20 + 3x) + (10 - x)$$

$$180 = 20 + 3x$$

$$160 = 3x$$

$$20 - 180 = 3x$$

$$20 = 3x$$

$$\frac{160}{3} = x$$

$$\angle 70 = 10 - 80 = 10 - (20 \times \frac{1}{3}) = \angle (10 - \frac{20}{3})$$

$$\angle 80 = 20 + 60 = 20 + (20 \times 3) = \angle (20 + 60)$$

$$\angle 30 = 10 + 20 = \angle (10 + 20)$$

التحقق من صحة الحل :

$$\therefore \angle 180 = \angle 30 + \angle 80 + \angle 70 = \angle (10 + 20) + \angle (20 + 60) + \angle (10 - \frac{20}{3})$$

حاول بنفسك ٢

عددتان صحيحتان الفرق بينهما ١٤ ومجموعهما ١٤ ، فما هما العدتان ؟

١. العدتان هما ١٤ و ٠

٢. {٨}

٣. {-١}

٤. {-٤}

الاجابة الصحيحة هي : {٨}



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تذكر • فهم • تطبيق

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

١. $س - ٧ = ٣$ حيث $س \in ط$

٢. $س + ١٧ = ١٣$ حيث $س \in ط$

٣. $٥ س = ٢٠$ حيث $س \in ن$

٤. $\frac{٢}{٥} س = \frac{١}{٥}$ حيث $س \in ن$

٥. $١٣ = ٤ - ص$ حيث $ص \in ط$

٦. $١ = (٣ -) - ٢$ حيث $٢ \in ص$

٧. $س - ٧ = \text{صفر}$ حيث $س \in ص$

٨. $٣ - = (٥ -) -$ حيث $ص \in ن$

٩. $س - ٦\frac{١}{٤} = ١٢\frac{١}{٣}$ حيث $س \in ن$

١٠. $١١.٠٩ = س + ٨.٩١$ حيث $س \in ن$

مجاناً مع الكتاب

كراسة التقويم المستمر
قيّم نفسك أولاً بأول

- اختبارات تراكمية على كل درس
- ملخص لكل وحدة
- الأسئلة الهامة على كل وحدة
- من امتحانات الإدارات التعليمية
- امتحانات الكتاب المدرسي
- امتحانات الإدارات التعليمية



حل كلاً من المعادلات الآتية :

١. $٢ س - ١ = ٥$ حيث $س \in ن$

٢. $١٢ = ٤ + س$ حيث $س \in ن$

٣. $٢٦ = ١٣ - س$ حيث $س \in ط$

٤. $١٤ = ١٤ + س$ حيث $س \in ط$

٥. $١٤ = ٢ + س$ حيث $س \in ص$

٦. $١١ = ٤ - س$ حيث $س \in ن$

٧. $٢ - ٨ س = ٢ -$ حيث $س \in ص$

٨. $٢ - ٥ س = \text{صفر}$ حيث $س \in ن$

٩. $٥ = ٢٥ + س + ٣$ حيث $س \in ص$

١٠. $٤ = ٧ + س - ٢$ حيث $س \in ص$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٣ حل كلاً من المعادلات الآتية في ن :

٢ $7 = (3 - 5) + 2 + 3$

١ $4 = (3 - 5) + 2$

٤ $12 = (1 - 5) + 7 + (2 + 5) + 2$

٢ $3 = (1 + 5) + 2 - (2 - 5) + 7$

٥ $4 = (3 + 5) - (1 - 5) = \text{صفر}$

٦ $16 = (4 + 5) + 2 + (2 - 5) + 5$

٧ $2 = (3 - 5) + 2 + (2 - 5) + 4 - 5 = 3 - 5$

٨ $60 = (16 - 48) - (3 + 4) + 6 + 22$

٤ أوجد في ن مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

٢ $11 + 5 = 4 - 5 + 2$

١ $9 + 5 = 5 + 2 + 3$

٤ $5 - 20 = 6 + 3 - 5$

٢ $3 - 18 = 3 + 5$

٦ $10 - 5 = (2 - 5) + 2$

٥ $(1 - 5) + 2 = (1 + 5) + 4$

٧ $(4 - 3) + 2 = 2 - 40 + 4$

٨ $3 - 5 = (2 + 5) - (8 - 5) + 3$

٩ $\frac{1 - 5}{4} = \frac{1 + 5}{3}$

١٠ $\frac{3}{5 - 2} = \frac{5}{4 + 5}$

٥ أكمل ما يأتي :

فإن : $5 = \dots$

١ إذا كان : $7 = 5 + 5$

فإن قيمة : $6 = \dots$

٢ إذا كان : $6 = 3 + 3$

فإن قيمة : $4 = \dots$

٣ إذا كان : $5 = 2 + 3$

فإن قيمة : $7 = \dots$

٤ إذا كان : $11 = 9 + 2$

فإن قيمة : $\frac{1}{3} = \dots$

٥ إذا كان : $10 = 3 + 7$

فإن قيمة : $4 = 18 - \dots$

٦ إذا كان : $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \dots$

- ٧ إذا كان : $\frac{س}{٤} = \frac{٢}{٣}$ فإن قيمة : $\frac{س}{٣} = \dots\dots\dots$
- ٨ إذا كان عمر رجل الآن س سنة فإن عمره منذ ٥ سنوات هو
- ٩ إذا كان عمر رجل الآن س سنة فإن عمره بعد ٤ سنوات هو
- ١٠ إذا كان عمر رجل بعد ٥ سنوات هو س سنة فإن عمره الآن هو
- ١١ إذا كان عمر يوسف بعد ٤ سنوات هو س سنة فإن عمره منذ سنتين هو
- ١٢ مستطيل طوله ثلاثة أمثال عرضه فإذا كان طوله س سم فإن عرضه = سم
- ١٣ المستطيل الذي عرضه = س سم وطوله ضعف عرضه يكون محيطه = سم
- ١٤ عدنان صحيحان مجموعهما ٥ فإذا كان أحدهما س فإن الآخر هو
- ١٥ عدنان صحيحان الفرق بينهما ٢ فإذا كان أصغرهما س فإن العدد الأكبر

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ إذا كانت : $س = ٢$ فإن : $٣ - س = ١$
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥
- ٢ إذا كانت : $س = ٢$ فإن : $س = ٢$
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٥ (د) صفر
- ٣ إذا كان : $٢٢ - س = ١٠$ فإن : $٣ - س = \dots\dots\dots$
 (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١٥ (د) ٣٠
- ٤ إذا كان : $٢, ٠, ٤ = ٥$ فإن : $\frac{س}{٤} = \dots\dots\dots$
 (أ) ٨, ٤ (ب) ٣, ١ (ج) ٢, ١ (د) ٢, ١٩
- ٥ إذا كان : $س = ٥ + س = ٨ + س = ٢ + س = ٤ + س = ١١٤$ فإن : $س + ٣ = \dots\dots\dots$
 (أ) ٣٣ (ب) ٣٥ (ج) ٤٧ (د) ٨ س

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٦ مجموعة حل المعادلة : $\frac{12}{3} = 4 + 8$ ؟ في ن هي
 (أ) $\{2, 4\}$ (ب) $\{2, 4\}$ (ج) $\{3, \frac{1}{3}\}$ (د) $\{صفر\}$

٧ أي من المعادلات الآتية تكافئ المعادلة : $12 = 3 + س$ ؟

(أ) $12 = 3 - س$

(ب) $12 = (3 -) + س$

(ج) $12 = (3 -) - س$

(د) $12 = (3 -) + س$

٨ أي من المعادلات الآتية تكافئ المعادلة : $15 = 12 - س$ ؟

(أ) $15 = 12 + س$

(ب) $5 = 4 - س$

(ج) $5 = 4 - س$

(د) $5 = 4 + س$

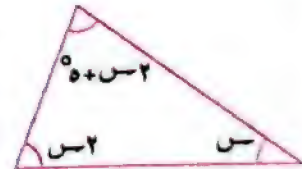
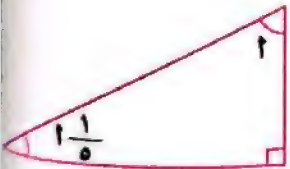
تطبيقات هندسية

٧ أوجد قياسات زوايا كل مثلث من المثلثات الآتية :

١

٢

٣

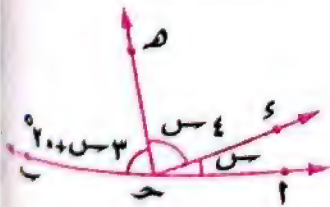


٨ في الشكل المقابل :

إذا كانت : $\angle A \cong \angle B$

فاوجد : $\angle C$ (د ح م)

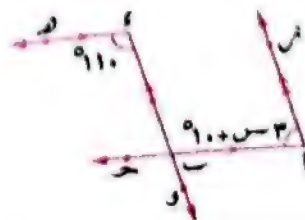
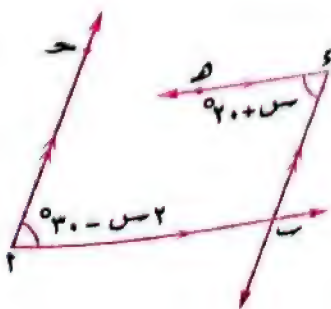
٨٠°



٩ في كل من الشكلين الآتيين أوجد قيمة س :

١

٢



٢٠°

١٠ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ أمتار ، فإذا كان محيطه يساوي ٦٨ متراً ،
فما بعده ؟
١٩٠ سم ، ١٥٠ سم

١١ مستطيل طوله ينقص عن ضعف عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كان محيطه مساوياً لمحيط
مربع طول ضلعه ٧ سم أوجد بعدي المستطيل.
٦ سم ، ٨ سم

١٢ مستطيل طوله ضعف عرضه فإذا نقص الطول بمقدار ٥ سم وزاد العرض بمقدار ٦ سم
لأصبح المستطيل مربعاً أوجد مساحة هذا المستطيل.
٢٤٢ سم^٢

تطبيقات حياتية

١٣ عدان صحيحان أصغرهما ٢ - وأكبرهما ٧ - فإذا كان الفرق بينهما ٢٥
أوجد العددين.

١٤ عدان طبيعيان أحدهما ضعف الآخر ومجموعهما ١٠٨ ما العدان ؟
٣٦ ، ٧٢

١٥ عدان طبيعيان الفرق بينهما ٥ ومجموعهما ٢١ فما هما العدان ؟
١٣ ، ٨

١٦ أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٣٢
٨

١٧ أوجد العدد الذي إذا طُرح من ثلاثة أمثاله ٩ كان الناتج ٦
٥

١٨ ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها ٢١٣ فما هي هذه الأعداد ؟
٧٠ ، ٧١ ، ٧٢

١٩ أوجد ثلاثة أعداد زوجية متتالية مجموعها ٩٦٦
٣٢٢ ، ٣٢٤ ، ٣٢٠

٢٠ أوجد ثلاثة أعداد فردية متتالية مجموعها ٣٥٧
١١٧ ، ١١٩ ، ١٢١

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٢١ رجل عمره الآن ثلاثة أمثال عمر ابنه وبعد سنتين يصبح مجموع عمريهما ٥٢ سنة فما عمر كل منهما الآن ؟

« ١٢ سنة ، ٣٦ سنة »

٢٢ ثلاثة أشقاء أمجد وباسم وأيمن مجموع أعمارهم ٨٩ سنة فإذا وُلد أمجد قبل باسم بسنتين وُلد باسم قبل أيمن بست سنوات. ما عمر كل منهم الآن ؟

« ٢٥ سنة ، ٣١ سنة ، ٣٣ سنة »

٢٣ إذا كان ثمن متر الصوف يزيد جنيهاً عن ثمن متر الحرير ، وكان ثمن ٣ أمتار من الصوف و ٤ أمتار من الحرير يساوي ٦٧١ جنيهاً. ما ثمن كل متر من الصوف ومن الحرير ؟

« ٩٧ جنيهاً ، ٩٥ جنيهاً »

للمتفوقين

٢٤ أوجد في ن مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \frac{2}{5} - 1 \quad (1) \quad 1 - \frac{6}{5} = 0$$

٢٥ أوجد في ن مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

$$10 = 2(2 - 3) - 2(3 + 2) \quad (1)$$

$$14 = 2(1 - 2) - (1 - 2)(3 + 2) \quad (2)$$

٢٦ إذا كانت مجموعة حل المعادلة : $12 = 3 + 3$ في ن تساوي مجموعة حل المعادلة :

$$2 - 12 = 1 \text{ في ن فأوجد قيمة } 1$$

« ٦ »

٢٧ إذا كان : $1 + 1$ حل للمعادلة : $(1 + 3) = (1 - 3) = 2 - 3 + 3$ في ن

فأوجد قيمة 1

« ٣ »

٢٨ ثلاثة أشقاء ولدوا في السنوات ١٩٨٠ ، ١٩٨٤ ، ١٩٨٦ المطلوب معرفة تاريخ السنة التي أصبح مجموع أعمارهم فيها ٤١ عاماً.

« ١٩٩٧ »

حل المتباينات فى ن



- سبق لنا دراسة بعض المفاهيم مثل مجموعة التعويض ، مجموعة الحل فى المعادلات وهى نفسها بالنسبة للمتباينات.
- مجموعة حل المتباينة هى المجموعة التى عناصرها تحقق المتباينة وهى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.
- وقبل دراسة كيفية حل المتباينات فى ن ندرس خواص التباين.

خواص التباين

نعلم أن : $6 < 9$ متباينة صحيحة.

ولكن هل سيؤدى إجراء العمليات الآتية عليها إلى متباينات صحيحة !!؟

① أضيف ٢ إلى طرفى المتباينة :

∴ $6 + 2 < 9 + 2 \leftarrow 8 < 11$ وهى متباينة صحيحة.

وبصفة عامة : يمكن إضافة عدد ثابت إلى طرفى المتباينة بدون تأثير على علاقة التباين.

٢ اطرح ٧ من طرفى المتباينة :

$$\therefore 7-6 < 7-9 \leftarrow 7-1 \leftarrow 7-16 \text{ وهى متباينة صحيحة.}$$

وبصفة عامة : يمكن طرح عدد ثابت من طرفى المتباينة بدون تأثير على علاقة التباين.

٣ اضرب طرفى المتباينة فى ٥ (عدد موجب) :

$$\therefore 5 \times 6 < 5 \times 9 \leftarrow 5 \times 30 < 5 \times 45 \text{ وهى متباينة صحيحة.}$$

وبصفة عامة : يمكن ضرب طرفى المتباينة فى عدد موجب بدون تأثير على علاقة التباين.

٤ اقسم طرفى المتباينة على ٣ (عدد موجب) :

$$\therefore \frac{6}{3} < \frac{9}{3} \leftarrow 2 < 3 \text{ وهى متباينة صحيحة.}$$

وبصفة عامة : يمكن قسمة طرفى المتباينة على عدد موجب بدون تأثير على علاقة التباين.

٥ اضرب طرفى المتباينة فى -١ (عدد سالب) :

$$\therefore (-1) \times 6 < (-1) \times 9 \leftarrow -6 < -9 \text{ وهى متباينة غير صحيحة حيث } 9 > 6$$

وبصفة عامة : عند ضرب طرفى المتباينة فى عدد سالب يتغير اتجاه علاقة التباين.

٦ اقسم طرفى المتباينة على -٣ (عدد سالب) :

$$\therefore \frac{6}{-3} < \frac{9}{-3} \leftarrow -2 < -3 \text{ وهى متباينة غير صحيحة حيث } 3 > 2$$

وبصفة عامة : عند قسمة طرفى المتباينة على عدد سالب يتغير اتجاه علاقة التباين.

يمكن تلخيص خواص التباين السابقة كما يلي : بفرض أن : a, b, c ثلاثة أعداد نسبية فإنه :

١ إذا كان : $a > b$	فإن : $a + c > b + c$
٢ إذا كان : $a > b$	فإن : $a - c > b - c$
٣ إذا كان : $a > b$ ، c عدد موجب	فإن : $ac > bc$
٤ إذا كان : $a > b$ ، c عدد موجب	فإن : $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
٥ إذا كان : $a > b$ ، c عدد سالب	فإن : $ac < bc$
٦ إذا كان : $a > b$ ، c عدد سالب	فإن : $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

ملاحظة !

إذا كان : a, b, c عددين نسبيين غير صفريين لهما نفس الإشارة وكان : $a < b$ فإن : $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

مثال ١

أوجد مجموعة الحل للمتباينة $x + 2 > 5$ في كل من الحالتين الآتيتين :

١ إذا كانت : $x \in \mathbb{R}$ ٢ إذا كانت : $x \in \mathbb{Z}$

ثم مثل مجموعة الحل على خط الأعداد في كل حالة.

الحل

$\therefore x + 2 > 5$ «بطرح ٢ من الطرفين» $\therefore x + 2 - 2 > 5 - 2$

أي أن : $x > 3$

١ عندما $x \in \mathbb{R}$ تكون مجموعة الحل هي كل الأعداد الصحيحة الأصغر من ٣

أي أن : مجموعة الحل = $\{ \dots, -1, 0, 1, 2 \}$



٢ عندما $s \in \mathbb{P}$ تكون مجموعة الحل هي كل الأعداد الطبيعية الأصغر من ٢



أي أن : مجموعة الحل = $\{0, 1, 2\}$

لاحظ من المثال السابق أن :

مجموعة الحل في s تختلف عن مجموعة الحل في \mathbb{P}

وذلك لأن : مجموعة حل المتباينة تعتمد على مجموعة التعويض

مثال ٢

أوجد مجموعة حل المتباينة : $2s - 5 < 5$ في كل من الحالتين الآتيتين :

١ إذا كانت : $s \in \mathbb{N}$ ٢ إذا كانت : $s \in \mathbb{P}$

الحل

٢ : $2s - 5 < 5$ «إضافة ٥ للطرفين»

$$\therefore 2s - 5 + 5 < 5 + 5$$

٢ : $2s < 10$ «بضرب الطرفين في $\frac{1}{2}$ »

$$\therefore 2s \times \frac{1}{2} < 10 \times \frac{1}{2}$$

أي أن : $s < 5$

١ عندما $s \in \mathbb{N}$ تكون مجموعة الحل هي كل الأعداد النسبية الأكبر من ٥ ونكتبها بطريقة الصفة المميزة لصعوبة سرد عناصرها.

أي أن : مجموعة الحل = $\{s : s \in \mathbb{N}, s < 5\}$

٢ عندما $s \in \mathbb{P}$ تكون مجموعة الحل هي كل الأعداد الصحيحة الأكبر من ٥

أي أن : مجموعة الحل = $\{6, 7, 8, \dots\}$

مثال ٣

أوجد في \mathbb{R} مجموعة الحل لكل من المتباينتين الآتيتين :

$$١ \quad ٢ - ٤ \leq x \quad ٢ \quad ٧ - (x - ١) < ٩ - x$$

الحل

$$١ \quad \therefore ٢ - ٤ \leq x \quad \text{«إضافة -٤ للطرفين»}$$

$$\therefore ٢ - ٤ + ٤ \leq x + ٤ - ٤$$

$$\therefore ٢ - \leq x \quad \text{«بقسمة الطرفين على -٢»}$$

$$\therefore \frac{٢-}{-٢} \leq \frac{x}{-٢} \quad \text{«لاحظ تغير اتجاه علاقة التباين»}$$

$$\therefore x \leq ١ \quad \text{أي أن : مجموعة الحل} = \{x : x \leq ١, x \in \mathbb{R}\}$$

$$٢ \quad \therefore ٧ - (x - ١) < ٩ - x$$

$$\therefore ٧ - x + ١ < ٩ - x \quad \text{«بطرح ٩ من الطرفين»}$$

$$\therefore ٧ - x + ١ - ١ < ٩ - x - ١$$

$$\therefore ٦ - < ٧ - x \quad \text{«إضافة ٧ للطرفين»}$$

$$\therefore ٦ - < ٧ - x + ٦ - ٦$$

$$\therefore ١ < x \quad \text{«بالقسمة على -٢»}$$

$$\therefore \frac{١}{-٢} > \frac{x}{-٢} \quad \text{«لاحظ تغير اتجاه علاقة التباين»}$$

$$\therefore x > -\frac{١}{٢} \quad \text{أي أن : مجموعة الحل} = \{x : x > -\frac{١}{٢}, x \in \mathbb{R}\}$$

مثال ٤

أوجد في ص- مجموعة حل المتباينة : $11 - 3 \leq 5 - 4$ ومثلها على خط الأعداد.

الحل

$$\therefore 11 - 3 \leq 5 - 4 \quad \text{«بإضافة ٥ للأطراف الثلاثة»}$$

$$\therefore 11 - 3 \leq 5 + 5 - 4 > 0 + 4$$

$$\therefore 11 - 3 \leq 6 > 9 \quad \text{«بقسمة الأطراف الثلاثة على ٣»}$$

$$\therefore 11 - 3 \geq \frac{6}{3} > \frac{9}{3}$$

أي أن : مجموعة الحل = $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

حاول بنفسك

أوجد مجموعة حل كل من المتباينتين الآتيتين :

$$\text{حيث } 2 \leq 3 \quad \text{①}$$

$$\text{حيث } 5 \leq 10 > 2 \quad \text{②}$$

$$\text{③ } \{x : x \in \mathbb{R}, x > 3\}$$

$$\text{④ } \{x : x \in \mathbb{R}, x < 3\}$$

تمارين 8

على حل المتباينات في ن



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

شخص

تذكر

ما العدد الذي يمكن إضافته إلى طرفي كل متباينة لتحصل على س في طرف واحد منها ؟

١ س + ٥ < ٩	٢ س - ٤ > ٦
٣ س - ٧ > ٢	٤ س + ٩ < ١٢
٥ س - ١,٥ ≥ ٣,٢	٦ ٨,٤ ≤ س + ٠,٦
٧ ١ ١/٢ < س - ٢ ١/٢	٨ س + ١/٢ < ١/٢

أوجد مجموعة حل المتباينة س + ٣ ≥ ٦ في كل من الحالتين الآتيتين :

١ س ∃ ص ٢ س ∃ ط

ومثل الحل على خط الأعداد في الحالتين.

أوجد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية في ن :

١ س + ٢ < ٥	٢ س + ٤ < ١	٣ ص - ٥ < ٧
٤ ١٩ > ص + ١٤	٥ ١ - س ≤ ٢	٦ ١/٢ - ٥ > ١/٢ + ٩
٧ ٢ - س > ١٢	٨ ٢/٢ س ≤ ١	٩ ١/٢ - س ≥ ١/٢

حل كلاً من المتباينات الآتية في ن :

١ ٢ - س > ١	٢ ٢ + س > ٩
٣ ٢ + س ≤ ١٠	٤ ٢ - س ≤ ٥
٥ ٢ - س > ٩	٦ ١ - س ≥ ٢
٧ ٩ - ٦ س > ١٥	٨ ٢ - ٢ س ≥ ٤
٩ ٢ - س ≤ ١/٢	١ ٨ - س - ٢ س + ١ ≥ ٢٩
١١ ٢ - ص (١ - ص) ≤ صفر	١١ ٢ - م (١ - م) < ٩

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٥ حل كلاً من المتباينات الآتية في ك :

١ $6x + 1 \geq 5 - x$

٣ $2 - x > 8 - x$

٥ $5 \leq x + 1 \leq 2(x + 2)$

٧ $2(x + 2) \leq 2 - (x + 1)$

٩ $2(7x - \frac{1}{3}) \geq 20 - x$

٢ $6 - x + 2 \leq 14 + 5x$

٤ $8 - 2x \geq 5 - x$

٦ $3(x + 2) > -x + 4$

٨ $2 - 2(5 - x) \leq 7 + x$

١٠ $1 + x - 2 \geq 2 + \frac{x}{2}$

٦ أوجد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية :

١ $9 \geq 4 + x \geq 17$ ، $x \in \mathbb{R}$ | ٢ $9 \geq 3 + x > 12$ ، $x \in \mathbb{R}$

٣ $9 < x + 6 < 2$ ، $x \in \mathbb{P}$

٧ أكمل :

١ إذا كان : $x < y$ فإن : $x + z \dots y + z$

٢ إذا كان : $x > y$ فإن : $x + z \dots y + z$

٣ إذا كان : $x > y$ ، $y > z$ فإن : $x > z$

٤ إذا كان : $x < y$ ، $y < z$ فإن : $x < z$

٥ إذا كان : $3 - 2 > 0$ صفر فإن : $\dots < \dots$

٦ إذا كان : $4 + 5 < 0$ صفر فإن : $\dots < \dots$

٧ إذا كان : $b > 0$ صفر فإن : $b + 3 \dots 3$

٨ إذا كان : $x < y$ ، $y < 0$ صفر فإن : $x \dots y$

٩ إذا كان : $x > y$ ، $y > 0$ صفر فإن : $x \dots y$

٨ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $-س > ٥$ فإن :

(أ) $س < ٥$ (ب) $س < -٥$ (ج) $س > ٥$ (د) $س > -٥$

٢ إذا كانت : $س \in ط$ فإن مجموعة حل المتباينة : $-س < ٣$ هي

(أ) $\{٤ ، ٥ ، ... \}$ (ب) $\{-٤ ، -٥ ، ... \}$
(ج) $\{٣-\}$ (د) \emptyset

٣ $\frac{س}{٣} > ٤$ تكافئ

(أ) $س < \frac{٤}{٣}$ (ب) $س > \frac{٤}{٣}$ (ج) $س < ١٢$ (د) $س > ١٢$

٤ إذا كانت : $س \in ص$ فإن مجموعة حل المتباينة : $٢٠ > ٥ > س > ٢٥$ هي

(أ) $\{٤\}$ (ب) $\{٥\}$ (ج) $\{٥ ، ٤\}$ (د) \emptyset

٥ مجموعة حل المتباينة : $-٢ > س > صفر$ في $ن$ هي

(أ) \emptyset (ب) $ن_+$ (ج) $ن_-$ (د) $ص_+$

٦ عدد حلول المتباينة : $\frac{١}{٥} > س > \frac{٢}{٥}$ حيث $س \in ن$ هو

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي.

٧ إذا كانت : $س < ص$ فإن : $\frac{١}{س} \dots \frac{١}{ص}$ حيث $س \neq ٠$ ، $ص \neq ٠$.

(أ) $<$ (ب) $>$ (ج) $=$ (د) \leq

٨ العدد ٢ ينتمي إلى مجموعة حل المتباينة حيث $س$ عدد صحيح.

(أ) $س < ٢$ (ب) $س > ٢$ (ج) $س < -٢$ (د) $س < -٣$

٩ إذا كانت : $س < ٥$ فإن : $-س \dots$

(أ) $-٥ >$ (ب) $-٥ \leq$ (ج) $-٥ >$ (د) $-٥ <$

٩ وضع بالأمثلة أنه إذا كان : $١ < ب$ ، $٢ < ح$ فإنه غير صحيح دائماً أن يكون

$٢ - ح < ب - ٤$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

١٠ إذا كانت $s <$ ص فضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (x) أمام العبارة غير الصحيحة مع إعطاء أمثلة للمتباينات غير الصحيحة :

- | | | | |
|-----|---------------|-----|------------------|
| () | ٢ $s <$ صفر | () | ١ $s >$ ص |
| () | ٤ $s^2 <$ ص | () | ٣ $s^2 \leq$ صفر |
| () | ٦ $s + s <$ ص | () | ٥ $s <$ ص صفر |
| () | ٨ $s^2 <$ ص ص | () | ٧ $s^2 <$ ص |
| () | ١٠ $s^2 >$ ص | () | ٩ $s >$ ص s^2 |

تطبيق حياتي



١١ أراد هاني شراء حذاء واحد وبعض القمصان فإذا كان هاني يمتلك ٢٠٠ جنيه ، وكان ثمن الحذاء ٧٠ جنيهاً و ثمن القميص الواحد ٤٠ جنيهاً فما هو أكبر عدد من القمصان يستطيع هاني أن يشتريه ؟

للمتفوقين



١٢ إذا كانت مجموعة حل المتباينة : $3 \geq s - 5 \geq 0$ في ن هي :
 $\{s : s \geq 2, s \geq 5\}$ فأوجد قيمتي ١ ، ب العددية.

١٠ ، ١

١٣ إذا كان : $4 \geq s \geq 5$ ، $2 \geq s \geq 7$ حيث $s \geq 0$ ، $s \geq 0$ فأوجد :

- ١ أكبر قيمة ممكنة للمقدار : $s + s$
- ٢ أكبر قيمة ممكنة للمقدار : $s - s$
- ٣ أصغر قيمة ممكنة للمقدار : s ص
- ٤ أصغر قيمة ممكنة للمقدار : $s^2 + s^2$



مشروع بحثي

على الوحدة الأولى

أهداف المشروع

- التعرف على الصورة القياسية للعدد النسبي.
- كتابة عدد نسبي في صورته القياسية.
- الربط بين الرياضيات والدراسات الاجتماعية.

المطلوب

« تعتبر التضاريس أحد العوامل المؤثرة في درجة الحرارة على سطح الأرض،
فتغطي الثلوج بعض القمم الجبلية المرتفعة »

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

١ اكتب نبذة مختصرة عن العوامل المؤثرة في درجة الحرارة على سطح الكرة الأرضية.

٢ اذكر كيف يؤثر الارتفاع عن سطح الأرض في درجة الحرارة، وإذا قيست درجة الحرارة عند

سفح جبل فكانت ٣٠ درجة مئوية، كما قيست فوق قمته فكانت - ٢ درجة مئوية.

فكم يكون ارتفاع هذا الجبل بالترميز في الصورة القياسية ؟



الإحصاء والاحتمال

الوحدة 2

دروس الوحدة :

- الدرس 1 العينات (العيينة المنتظمة - العينة العشوائية).
الدرس 2 الاحتمال (الاحتمال التجريبي - الاحتمال النظري).



يمكنك حل
الامتحانات
التفاعلية على
الدروس من خلال
مسح QR code
الخاص بكل امتحان

مشروع بحثي على الوحدة التالية

أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف العينة وكيفية اختيارها.
- يصنف العينات طبقًا لطريقة اختيار عناصرها.
- يختار عينة عشوائية من مجتمع موزع توزيعًا عشوائيًا.
- يستخدم الآلة الحاسبة في اختيار عينة عشوائية.
- يجرى تجربة عشوائية ويكتب فضاء العينة.
- يتعرف مفهوم الحدث.
- يحسب الاحتمال لحدث ما.
- يتعرف الحدث المستحيل.
- يتعرف الحدث المؤكد.



بيير سيمون لابلاس
(١٧٤٩ / ١٨٢٧م)

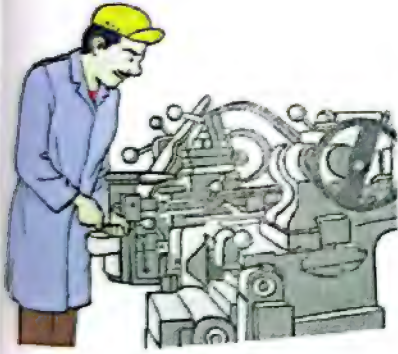
بيير سيمون لابلاس

عالم رياضى وفلكى فرنسى ، وُلد فى ٢٣ مارس ١٧٤٩م .
وتوفى فى ٥ مارس ١٨٢٧م ، له العديد من المؤلفات ومن أوائل المؤلفات
المنشورة له فى عام ١٧٧١م بادرًا بالمعادلات التفاضلية إلا أنه بدأ بالفعل فى
التفكير فى المفاهيم الفلسفية والرياضية فى الاحتمال والإحصاء.



مقدمة

عند إجراء فحص لإنتاج مصنع ما للوقوف على مدى مطابقة منتجاته للمواصفات المحددة عادة لا يتم فحص جميع إنتاج هذا المصنع بل نكتفى بفحص جزء من هذا الإنتاج تحت شروط معينة بحيث يكون هذا الجزء ممثلاً لإنتاج المصنع بالكامل ، ثم نعمم النتائج على كل الإنتاج. هذا الجزء يُسمى «عينة».



تعريف

العينة هي جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله ، وتُختار بطريقة عشوائية.

ولاحظ أن : العينة المختارة يجب أن تكون ممثلة للمجتمع محل الدراسة تمثيلاً كلياً وألا تكون متحيزة لفئة معينة دون الأخرى وذلك حتى تكون نتائج الدراسة أقرب إلى الواقع ويمكن اتخاذ قرارات في ضوءها ومن ثم يمكن تعميم هذه النتائج على المجتمع ككل.

أنواع العينات

* تُصنف العينات طبقاً لطريقة اختيار عناصرها وفي هذا الدرس نقدم نوعين من العينات وهما :

١ العينة المنتظمة.

٢ العينة العشوائية.

١ العينة المنتظمة

هى تلك العينة التى يتم اختيار عناصرها من بين عناصر مجتمع موزع توزيعاً عشوائياً عن طريق اتباع نظام أو نسق معين فى الاختيار.

فمثلاً:



لاختيار عينة منتظمة قوامها ١٠٪ من درجات تلاميذ مدرسة إعدادية فى اختبار مادة الرياضيات لنصف العام وذلك لدراسة مستوى تحصيلهم فإنه :

١ لا بد أولاً أن يكون تلاميذ المدرسة موزعين

توزيعاً عشوائياً فى قوائم مرقمة فلا يتم

الاختيار من فصول المتفوقين مثلاً دون غيرها أو فصول معينة دون أخرى.

٢ نختار بطريقة منتظمة درجة طالب من كل ١٠ طلاب بحيث يكون العاشر فيهم فى كل مرة

أى نختار درجة الطالب العاشر ، العشرين ، الثلاثين ، ...

ملاحظة !

إذا كان المجتمع محل الدراسة مقسماً بطبعه إلى فئات أو مجموعات كالمدرسة المقسمة إلى فصول للبنين وأخرى للبنات ، فإننا نختار من كل فئة جزءاً يمثلها حتى تكون العينة المختارة ممثلة للمجتمع ككل.

٢ العينة العشوائية

هى تلك العينة التى يتم اختيار عناصرها من بين عناصر مجتمع موزع توزيعاً عشوائياً بطريقة عشوائية غير منتظمة وفيها لا بد أن يحصل كل فرد على نفس الفرصة فى الاختيار

ويمكن اختيار عناصرها بطريقتين :

• باستخدام الآلة الحاسبة.

• طريقة يدوية.

الطريقة الأولى : (طريقة يدوية) :

وتتم هذه الطريقة كما يلي :

١ يُعطى كل فرد فى مجتمع الدراسة رقماً ثم يكتب هذا الرقم فى قصاصة ورق بحيث تكون جميع القصاصات متماثلة أى لا تميز فيها من حيث اللون أو المقاس.

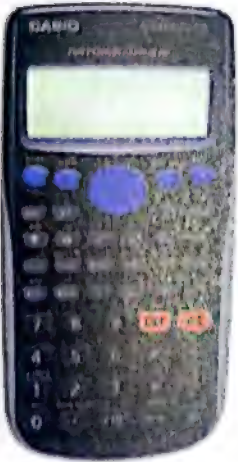


٢ تُطبق كل قصاصة بطريقة متماثلة بحيث لا يظهر الرقم نهائياً ثم توضع فى إناء وتُخلط جيداً.

٣ يتم اختيار العينة باختيار ورقة تلو الورقة من الإناء دون النظر داخله وفى كل مرة تُقلب الأوراق جيداً حتى ننتهى من اختيار العدد المطلوب للعينة.

الطريقة الثانية : (باستخدام الآلة الحاسبة العلمية) :

وتتم هذه الطريقة باستخدام خاصية الرقم العشوائى الموجود بالآلة الحاسبة العلمية مثل الموضحة بالصورة المقابلة ، ويتم ذلك بالضغط على المفاتيح التالية بالترتيب من اليمين :



فيظهر فى كل مرة رقم عشوى بين صفر ، ٩٩٩ ، فنأخذ الأرقام بعد تجاهل العلامة العشرية وتُسبعد الأرقام الأكبر من عدد مجتمع الدراسة كما يتم استبعاد الأرقام التى تم اختيارها من قبل وتعتبر نسبة ١٠٪ نسبة مناسبة لإجراء أى استبيان.

مثال

مصنع به ٣٠٠ عامل ويريد المسئولون عن إعداد المجلة الشهرية الخاصة بهذا المصنع تطوير هذه المجلة فى ضوء معرفة آراء العاملين من خلال استبيان تم إعداده لهذا الغرض يُعطى هذا الاستبيان لعينة عشوائية ١٠٪ من إجمالى عدد العاملين بهذا المصنع. وضح كيف يتم اختيار هذه العينة باستخدام الآلة الحاسبة.



∴ عدد العاملين بالمصنع = ٣٠٠ عامل
 ∴ عدد العينة العشوائية = $300 \times \frac{10}{100} = 30$ عاملاً

أي أننا نريد اختيار ٣٠ عاملاً لإجراء هذا الاستبيان ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية كالتالي :

١ يعطى كل عامل من العاملين بالمصنع رقماً من ١ إلى ٣٠٠

٢ تُستخدم الآلة الحاسبة العلمية لاختيار ٣٠ رقماً بالطريقة السابق ذكرها والأرقام العشوائية التي تظهر أكبر من ٣٠٠ يتم استبعادها.

فمثلاً : بالضغط على المفاتيح     بالترتيب :

- إذا حصلنا على الكسر العشري ٠,٥٦ يكون رقم الشخص المختار هو ٥٦

- إذا حصلنا على الكسر العشري ٠,٠٤٩ يكون رقم الشخص المختار هو ٤٩

- إذا حصلنا على الكسر العشري ٠,١٣٢ يكون رقم الشخص المختار هو ١٣٢

- إذا حصلنا على الكسر العشري ٠,٤٥٣ يتم استبعاده لأن رقم ٤٥٣ خارج نطاق الأعداد

من ١ إلى ٣٠٠ وهكذا حتى نحصل على ٣٠ رقماً

* ونفرض أن الآلة الحاسبة أخرجت الأرقام

الموضحة في الجدول المقابل يكون العمال

الذين يحملون هذه الأرقام هم العينة

المختارة لإجراء هذا الاستبيان.

٥٦	٤٩	١٣٢	١٤١	٢٤٩	٢٧٢
٢٥٤	٢٥٦	٤	٢١٣	٧٤	١٩٨
١٣١	٢	١٥٦	٤٧	١٧٢	١٣
٨	٣	٨٥	٨٢	٩	٣٨
٤١	١٤	٣٤	٢٧٩	١١٨	١٠٣

١ يقوم مقصف أحد المصانع باستطلاع آراء ٤٢٧ موظفًا لمعرفة ما يفضلون تناوله في فترة الراحة التي تمتد لمدة ١٥ دقيقة وتم إعطاء كل موظف رقمًا من ١ حتى ٤٢٧ فتم اختيار عينة بنسبة ١٠٪ لسؤالهم واختيار ما يفضلون من بين :

- مشروبات ساخنة.
 - مشروبات باردة مع البسكويت.
 - شوربة ساخنة مع الخبز.
 - فاكهة مع مياه نقية.
- ويتم تحديد العينة باختيار ٤٣ رقمًا من الأرقام المتاحة باستخدام الآلة الحاسبة.
حدد أرقام العينة باستخدام الآلة الحاسبة.

٢ تقوم إحدى المدارس الإعدادية بدراسة عن كيفية زهاب التلاميذ إلى المدرسة فإذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٣٢٠ تلميذًا وتم إعطاء كل تلميذ رقمًا من ١ إلى ٣٢٠ واختيار ١٠٪ منهم كعينة لسؤالهم عن طريقة الوصول للمدرسة ما بين :

- سيرًا على الأقدام.
- أتوبيس عام.
- دراجة.
- سيارة خاصة.

حدد أرقام العينة باستخدام الآلة الحاسبة.

٣ إحدى الشركات تقوم بدراسة عن أفضل الأماكن التي يفضلها العاملون بالشركة لقضاء إجازتهم السنوية من بين :

- بورسعيد.
- الإسكندرية.
- الساحل الشمالى.
- الإسماعيلية.
- مطروح.

إذا كان عدد العاملين بالشركة ٢٥٠ عاملاً فتم اختيار عينة ١٠٪ لإجراء الاستبيان عليها.
حدد أرقام العينة باستخدام الآلة الحاسبة.

٤ لوحظ أن ٢٣٠ شخصًا يستخدمون خط أتوبيس معينًا يوميًا وتريد هيئة النقل العام بعض المعلومات التي تتعلق بالاستخدام اليومي لهذه الخدمة ، فكان لابد من الحصول على عينة عشوائية تمثل ١٠٪ من مستخدمي هذا الخط لإجراء الاستبيان عليهم.
حدد أرقام هذه العينة باستخدام الآلة الحاسبة.



تمهيد



فى حياتنا اليومية كثيرًا ما نتساءل عن بعض الأمور التى يمكن أن تحدث فى المستقبل والتى لا نستطيع التوصل بشكل جازم مؤكد إلى نتائجها **فمثلاً** :

- إذا تأهل المنتخب المصرى لكرة القدم إلى نهائيات بطولة كأس الأمم الأفريقية فما فرصته فى الحصول على الكأس ؟



- إذا تقدم أحد الأشخاص المصريين لانتخابات مجلس النواب فى إحدى الدوائر فما فرصته فى الفوز بأحد مقاعد المجلس ؟

كل هذه الأسئلة السابقة وغيرها من الأسئلة تتضمن الإجابة عنها التنبؤ بما يمكن أن يحدث فى المستقبل استناداً على الخبرات السابقة أو الدراسات والملاحظات ، وعند الإجابة نستخدم ألفاظاً مثل «يجوز» أو «فرصة» أو «محتمل» وهذا ما يُسمى فى الرياضيات بـ «**الاحتمال**» . وفى هذا الدرس سوف نتعرض لدراسة :

٢ الاحتمال النظرى.

١ الاحتمال التجريبي.

حاول بنفسك ١

ألقِ حجر نرد منتظم ٢٥ مرة وسجل في جدول نتائج ظهور رقم على الوجه العلوي ثم احسب :

١ احتمال ظهور رقم ٤ ٢ احتمال ظهور رقم ٣

٢ الاحتمال النظري

* أجرينا فيما سبق تجربة إلقاء قطعة نقود ووجدنا أن :

احتمال ظهور صورة = ٠,٥٣ ، احتمال ظهور كتابة = ٠,٤٧



ولكن عند دراسة التجربة من الناحية النظرية نجد أننا إذا رمينا قطعة

النقود مرة واحدة فإننا نحصل على إما صورة أو كتابة

أي أن عدد النواتج الممكنة = ٢

وتوجد فرصة واحدة للحصول على صورة وفرصة واحدة للحصول

على كتابة (أي أن جميع نواتج التجربة لها نفس الفرصة في الحدوث).

لاحظ أن :

يمكن التعبير عن الاحتمال بنسبة مئوية

فنكتب احتمال ظهور صورة = ٥٠٪

أي أن : احتمال ظهور صورة = $\frac{1}{2} = ٠,٥٠$

، احتمال ظهور كتابة = $\frac{1}{2} = ٠,٥٠$

ملاحظة !

لاحظ الاختلاف بين الاحتمال التجريبي لظهور صورة « ٠,٥٣ » وبين الاحتمال النظري

لظهور صورة « ٠,٥٠ »

ونشير إلى أنه كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما اقتربت قيمة الاحتمال التجريبي

من قيمة الاحتمال النظري.

التجربة العشوائية

هي تجربة نستطيع تحديد جميع نواتجها قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد أى هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجرائها.

فضاء العينة

هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز F

- فمثلاً :
- عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن : $F = \{\text{صورة ، كتابة}\}$
 - عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم الذى يظهر على الوجه العلوى فإن : $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

الحدث

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

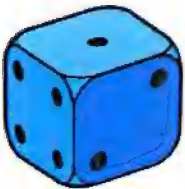
- فمثلاً :
- إذا كان A هو حدث ظهور رقم فردى عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم الظاهر على الوجه العلوى.
 - فإن : $A = \{1, 3, 5\}$ ، $A \subset F$

وبصفة عامة

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(A)}{n(F)}$$

احتمال وقوع أى حدث $A \subset F$ يُرمز له بالرمز $P(A)$ ويُعطى بالعلاقة :

مثال ٢



إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوَحِظَ الرقم الظاهر على الوجه العلوى أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

- ١ A هو حدث ظهور رقم أكبر من ٤ (مقرباً الناتج لأقرب جزء من مائة)
- ٢ B هو حدث ظهور رقم زوجى.
- ٣ C هو حدث ظهور رقم يساوى ٥ (مقرباً الناتج لأقرب جزء من عشرة)
- ٤ D هو حدث ظهور رقم يساوى ٧
- ٥ E هو حدث ظهور رقم أقل من ٧

الحل

- ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، ن (ف) = ٦
- ١ = {٥، ٦} ، ن (١) = ٢ $\therefore \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣} = ٠,٣٣$ لأقرب جزء من مائة
- ٢ = {٢، ٤، ٦} ، ن (٢) = ٣ $\therefore \frac{٣}{٦} = ٠,٥$
- ٣ = {٥} ، ن (٣) = ١ $\therefore \frac{١}{٦} = ٠,٢$ لأقرب جزء من عشرة
- ٤ = { } ، ن (٤) = ٠ = صفر $\therefore \frac{٠}{٦} = ٠$ (حدث مستحيل)
- ٥ = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، ن (٥) = ٦ $\therefore \frac{٦}{٦} = ١$ (حدث مؤكد)

ملاحظات !

١ الحدث المستحيل : هو الحدث الذي ليس له أي فرصة للوقوع.

أي أن : احتمال الحدث المستحيل = صفر

٢ الحدث المؤكد : هو الحدث الذي له كل النواتج الممكنة.

أي أن : احتمال الحدث المؤكد = ١

٣ قيمة احتمال وقوع أي حدث لا تقل عن صفر ولا تزيد عن الواحد الصحيح.

أي أن : $٠ \leq$ احتمال وقوع أي حدث ≤ ١

مثال ٨

من مجموعة الأرقام {٣، ٤، ٥} كون عددًا من رقمين ثم أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

١ حدث أن يكون رقم الآحاد فرديًا. | ٢ حدث أن يكون رقم العشرات زوجيًا.

٣ حدث أن يكون كلا الرقمين فرديًا. | ٤ حدث أن يكون مجموع الرقمين ٨

٥ حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين ٢٠

الحل

ف = {٣٣، ٣٤، ٣٥، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٥٣، ٥٤، ٥٥} ، ن (ف) = ٩

$$\frac{2}{3} = \frac{7}{9} = (أ) \therefore 6 = (أ) \text{ ن } , \{ ٥٥ , ٤٥ , ٣٥ , ٥٣ , ٤٣ , ٣٣ \} = أ$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{9} = (ب) \therefore 3 = (ب) \text{ ن } , \{ ٤٥ , ٤٤ , ٤٣ \} = ب$$

$$\frac{4}{9} = (ج) \therefore 4 = (ج) \text{ ن } , \{ ٥٥ , ٣٥ , ٥٣ , ٣٣ \} = ج$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{9} = (د) \therefore 3 = (د) \text{ ن } , \{ ٣٥ , ٤٤ , ٥٣ \} = د$$

$$\frac{2}{9} = (هـ) \therefore 2 = (هـ) \text{ ن } , \{ ٤٥ , ٥٤ \} = هـ$$

مثال ٤



كيس به كمية من البلى الذى له نفس الحجم والملمس فإذا كانت بليتان منه حمراء اللون ، ٣ زرقاء ، ٥ بيضاء وسُحبت بلية واحدة عشوائيًا فاحسب :

١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء.

٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء.

٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء.

٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء.

الحل

احتمال حدوث ناتج معين = $\frac{\text{عدد الفرص الممكنة للحصول على هذا الناتج}}{\text{العدد الكلى للفرص}}$

$$\therefore \text{ العدد الكلى للبلى } = ٢ + ٣ + ٥ = ١٠$$

$$١ \text{ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء } = \frac{\text{عدد البلى الأحمر}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٢}{١٠} = \frac{1}{5}$$

$$٢ \text{ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء } = \frac{\text{عدد البلى الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٣}{١٠}$$

$$٣ \text{ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء } = \frac{\text{عدد البلى الأبيض}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{1}{2}$$

$$٤ \text{ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء } = \frac{\text{عدد البلى غير الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٣ - ١٠}{١٠} = \frac{7}{10}$$

ملاحظة !

في المثال السابق لاحظ أن :

$$ل (بلية حمراء) = \frac{2}{10} ، ل (بلية زرقاء) = \frac{3}{10} ، ل (بلية بيضاء) = \frac{5}{10} ،$$

$$1 = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} ،$$

أى أن : مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = 1

ومن هنا فإنه : إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو 1 فإن احتمال عدم وقوعه = 1 - 1

وعلى هذا يمكن إيجاد احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء كما يلي :

احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء = 1 - احتمال أن تكون زرقاء

$$\frac{7}{10} = \frac{3}{10} - 1 =$$

مثال ٥



فصل دراسى به بعض التلاميذ يرتدون نظارات ،
والبعض الآخر لا يرتدون نظارات فإذا اختير
تلميذ عشوائياً من هذا الفصل ، وكان احتمال
أن يكون هذا التلميذ يرتدى نظارة هو 0,1 .

١ أوجد احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة.

٢ إذا كان عدد تلاميذ هذا الفصل ٣٠ تلميذاً فأوجد العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات.

الحل

١ احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة = 1 - احتمال أن يكون مرتدياً نظارة.

$$0,9 = 1 - 0,1 =$$

٢ ∴ العدد المتوقع لنواتج حدث معين

= احتمال وقوع هذا الحدث × العدد الكلى لجميع النواتج الممكنة

∴ العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات = 0,1 × 30 = 3 تلاميذ.

مثال ٦

في لعبة الدوارة إذا كان القرص مقسماً إلى عدد من القطاعات المتساوية وكان لون اثنين منهم أخضر وأربعة آخرون لونهم أزرق والباقي لونه أحمر فإذا كان احتمال وقوف المؤشر عند اللون الأخضر هو $\frac{1}{6}$ أوجد عدد القطاعات الحمراء.

الحل

∴ احتمال وقوف المؤشر عند اللون الأخضر = $\frac{\text{عدد القطاعات الخضراء}}{\text{العدد الكلي للقطاعات}}$

$$\therefore \frac{2}{\text{العدد الكلي للقطاعات}} = \frac{1}{6}$$

∴ العدد الكلي للقطاعات = $2 \times 6 = 12$ قطاعاً

∴ عدد القطاعات الحمراء = $12 - (2 + 4) = 6$ قطاعات

حاول بنفسك ٢

١ صندوق به بطاقات مرقمة بالأعداد من ١ إلى ١٥ فإذا سحبت بطاقة عشوائياً من الصندوق فما احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها يقبل القسمة على ٥ ؟

٢ تجربة ما عدد نواتجها ٢ فإذا كان احتمال وقوع الحدث الأول هو ٠,٣ ، واحتمال وقوع الحدث الثاني هو ٠,٤٥ فاحسب احتمال وقوع الحدث الثالث.

٣ مزرعة بها ٢٠٠٠ بقرة فإذا كان احتمال الإصابة بمرض جنون البقر بهذه المزرعة هو ٠,١٧ فما عدد البقر المحتمل إصابته ؟

٥. كوكبة = ٠,٤٤ = عدد البقر المحتمل إصابته

٦. احتمال وقوع الحدث الثالث = $1 - (0,3 + 0,45) = 0,25$

٧. احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها يقبل القسمة على ٥ = $\frac{3}{15} = 0,2$

٨. أجب بنفسك بعد عمل التجربة.

حاول بنفسك

تمارين 10

على الاحتمال



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

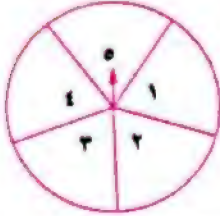
حل مشكلات

تطبيق

فهم

تذكر

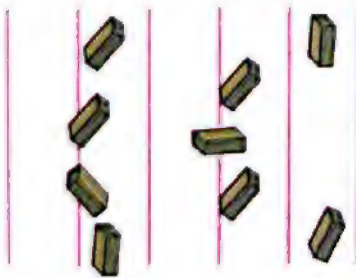
أولاً مسائل على الاحتمال التجريبي



١ في تجربة اللعبة الدوارة المقابلة أدر القرص ٥٠ مرة وسجل في كل مرة الرقم الذي يقف عنده المؤشر في الجدول التالي :

المجموع	٥	٤	٣	٢	١	العلامة الإحصائية
٥٠						التكرار

احسب : ١ احتمال توقف المؤشر عند رقم ٢ ٢ احتمال توقف المؤشر عند رقم ٥



١ ارسـم ٦ خطوط متوازية البعد بين كل اثنين متتاليين منها ٢ سم على ورقة بيضاء.

٢ أحضر قطعة خشب طولها ٢ سم.

٣ ألق من ارتفاع مناسب قطعة الخشب لتسقط على الورقة.

٤ كرر المحاولة ٥٠ مرة.

٥ سجل عدد المرات التي تسقط فيها قطعة الخشب على الخطوط المتوازية وأيضاً بينها.

المجموع	بين الخطوط المتوازية	على الخطوط المتوازية	العلامة الإحصائية
٥٠			التكرار

٦ استنتج احتمال سقوط قطعة الخشب بين الخطوط المتوازية.

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات



٢ ألق دبوس رسم ١٠٠ مرة من ارتفاع مناسب.

٢ سجل عدد المرات التي يقع فيها الدبوس على رأسه أو على قاعدته.

العلامة الإحصائية	رأس الدبوس لأعلى	رأس الدبوس مائل	المجموع
التكرار			١٠٠

٣ استنتج احتمال سقوط الدبوس ورأسه لأعلى أو رأسه مائل.

ثانياً مسائل على الاحتمال النظري

١ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي أكمل ما يأتي :



١ احتمال ظهور عدد أكبر من ٢ =

٢ احتمال ظهور عدد أقل من ٣ =

٣ احتمال ظهور عدد زوجي =

٤ احتمال ظهور العدد ٤ =

٥ احتمال ظهور العدد ٧ =

٦ احتمال ظهور عدد أقل من أو يساوي ٦ =

٧ احتمال ظهور عدد أولي =

٨ احتمال ظهور عدد زوجي أولي =

٩ احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٥ =

١٠ احتمال ظهور العدد ٥ أو ٦ =

٢ أكمل ما يأتي :

- ١ احتمال وقوع الحدث المستحيل = واحتمال وقوع الحدث المؤكد =
- ٢ إذا أُلقيت قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة =
- ٣ ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا فرديًا =
- ٤ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي فإن احتمال ظهور عدد أقل من ١ يساوي
- ٥ صندوق يحتوي على ٤٨ برتقالة منها ٤ برتقالات تالفة فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة تالفة = واحتمال أن تكون غير تالفة =
- ٦ إذا كان احتمال وقوع حدث ما $= \frac{5}{8}$ فإن احتمال عدم وقوعه =
- ٧ حجرة نشاط لها ٣ أبواب مرقمة من ١ إلى ٣ فإذا خرج طالب من أحد أبوابها فإن احتمال أن يكون الطالب قد خرج من الباب رقم ٢ هو
- ٨ إذا كان احتمال إصابة شخص بمرض ما من بين سكان مدينة عدد سكانها ٢٠٠٠٠ نسمة هو ٠,٠٠٣ فإن العدد المتوقع للأشخاص المصابين بهذا المرض في هذه المدينة هو شخصًا.

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ أي من الآتي يمكن أن يكون احتمال وقوع أحد الأحداث ؟
 (أ) ١,٢ (ب) -٠,٤ (ج) ٣١٥٪ (د) ٧٥٪

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٢ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة ، احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ هو

- (أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) ١

٣ سلة بها بطاقات مكتوب عليها الأعداد من ١ إلى ٢٠ فإذا سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ، فما احتمال أن يقبل العدد المكتوب على البطاقة القسمة على ٦ ؟

- (أ) $\frac{2}{5}$ (ب) $\frac{4}{5}$ (ج) $\frac{5}{6}$ (د) $\frac{7}{6}$

٤ كيس يحتوي على ٥ كرات حمراء ، ٣ كرات بيضاء فإذا كانت الكرات متماثلة وسحب شخص كرة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء =

- (أ) $\frac{3}{8}$ (ب) $\frac{3}{8}$ (ج) $\frac{5}{8}$ (د) $\frac{5}{4}$

٥ اختر عشوائيًا حرف من حروف «مدرسة» فما احتمال أن يكون هذا الحرف «س» ؟

- (أ) $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (ج) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{4}{5}$

٦ رشاد تلميذ في الصف الأول الإعدادي في فصله ٣٦ تلميذًا منهم ١٦ بنتًا إذا اختير تلميذ عشوائيًا من الفصل ، ما احتمال أن يكون التلميذ ولدًا ؟

- (أ) $\frac{4}{9}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{5}{9}$ (د) $\frac{1}{36}$

٧ فصل به ٢٥ ولدًا ، ٢٠ بنتًا فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال اختيار بنت هو

- (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{4}{9}$ (ج) $\frac{1}{25}$ (د) $\frac{5}{9}$

٨ إذا كان احتمال نجاح طالب ٧٠ % فإن احتمال رسوبه =

- (أ) ٠,٧ (ب) ٠,٠٧ (ج) ٠,٣ (د) ٠,٠٣

٤ سحبت بطاقة عشوائيًا من ٢٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٥

احسب احتمال أن تحمل البطاقة عددًا :

- ١ يقبل القسمة على ٥ ٢ أكبر من أو يساوي ٢٠ ٣ مربعًا كاملاً

٥ سُحِبَتْ بطاقة عشوائياً من ثمانى بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨ اكتب فضاء العينة ثم أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

- ١ حدث الحصول على عدد زوجي.
- ٢ حدث الحصول على عدد فردي.
- ٣ حدث الحصول على عدد أكبر من أو يساوي ٦
- ٤ حدث الحصول على عدد يقبل القسمة على ٣

٦ سُحِبَتْ بطاقة مكتوب عليها حرف من حروف «تفاح» ما احتمال أن يكون الحرف :

- ١ ت ؟
- ٢ ف ؟
- ٣ ع ؟

٧ كيس يحتوي على ٥ كرات حمراء ، ٣ كرات صفراء ، كرتين سوداوين

فإذا كانت الكرات جميعها متماثلة وسحبت من الكيس كرة عشوائياً فأوجد :



- ١ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة صفراء.
- ٢ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة صفراء أو حمراء.
- ٣ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست صفراء.

٨ سُحِبَتْ بطاقة عشوائياً من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠

ما احتمال أن تكون البطاقة تحمل عدداً :

- ١ فردياً ؟
- ٢ زوجياً ؟
- ٣ فردياً أكبر من ٣ ؟
- ٤ أولياً ؟

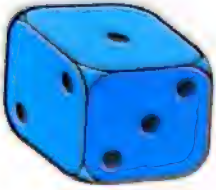


٩ إذا أُلْقِيَ حجر نرد منتظم مرة واحدة

فما احتمال كل من الأحداث التالية :

- ١ ظهور عدد زوجي أقل من أو يساوي ٤
- ٢ ظهور عدد بين ٠ ، ١٠
- ٣ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧
- ٤ ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٢

- ١٠ في تجربة لإلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة عدد النقاط الذي يظهر على الوجه العلوي. اكتب فضاء العينة ، ثم أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :



- ١ حدث الحصول على عدد أكبر من ٦
٢ حدث الحصول على عدد يحقق المتباينة : $1 \leq x \leq 6$
٣ حدث الحصول على عدد يحقق المتباينة : $2 < x < 4$

- ١١ وضعت ٨ بطاقات مرقمة بالأرقام المقابلة في حقيبة.

٤٨	١٠	١٨	٢
١٧	٣٦	١٥	٢٤

سحب باسم بطاقة واحدة من هذه الحقيبة دون النظر إليها أوجد :

- ١ احتمال أن تحمل البطاقة عددًا رقم عشراته زوجي.
٢ احتمال أن تحمل البطاقة عددًا رقم أحاده فردي.
٣ احتمال أن تحمل البطاقة عددًا من مضاعفات العدد ٤

- ١٢ صُمم مكعب بحيث يحمل كل وجهين متقابلين فيه أحد الأرقام التالية ١ ، ٢ ، ٣ ألقى



المكعب مرة واحدة ولو حظ العدد الظاهر على الوجه العلوي.

- ١ اكتب فضاء العينة للنواتج.
٢ ما احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوي ٢ ؟
٣ ما احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوي فرديًا ؟

- ١٣ حقيبة تحتوي على ٣٠ بلية متماثلة فإذا سحب هاني بلية عشوائيًا ووجدتها حمراء ، وكان احتمال سحب بلية حمراء يساوي $\frac{2}{5}$ فأوجد عدد البلى الأحمر في الحقيبة.

- ١٤ صندوق يحتوي على ٨٠ كرة متماثلة بعضها أحمر والباقي أزرق فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{1}{4}$ فأوجد عدد الكرات الزرقاء.

١٥ من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عددًا من رقمين ما احتمال كل من الأحداث الآتية :

- ١ حدث أن يكون رقم العشرات فرديًا. | ٢ حدث أن يكون رقم الآحاد فرديًا.
٣ حدث أن يكون مجموع الرقمين ٧ | ٤ حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين ١٥

١٦ وائل لديه حقيبة بها ٢٢ بلية منها ١٢ سوداء ، والباقية حمراء فإذا سحبت منها بليتان دون إرجاعهما إلى الحقيبة وكانتا حمراوين ثم سحبت بلية ثالثة دون النظر إليها فما احتمال أن تكون سوداء ؟

١٧ فصل دراسي به ٥٠ طالبًا ، عدد البنات ينقص عن عدد البنين بمقدار ١٠ فإذا اختير أحد الطلاب عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون الطالب ولدًا.

١٨ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ كيس يحتوي على ٣ كرات بيضاء ، كرتين سوداوين ، كرة واحدة حمراء فإذا سحبت كرة عشوائيًا من الكيس فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست سوداء يساوي

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{6}$

٢ كيس يحتوي على عدد من الكرات المتماثلة نصفها حمراء وتلثها سوداء والباقي بيضاء فإذا سحبت كرة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة بيضاء يساوي

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{6}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) صفر

٣ صندوق به كرات ملونة بالألوان الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر فإذا كان الصندوق ٢٠ كرة صفراء وكان احتمال سحب كرة صفراء عشوائيًا من الصندوق هو $\frac{1}{4}$ ، فما عدد كل الكرات في الصندوق ؟

- (أ) ٥ (ب) ٢٥ (ج) ٦٠ (د) ٨٠

٤ عدد تلاميذ أحد فصول الصف الأول الإعدادي ٣٦ تلميذًا ، إذا كان احتمال اختيار تلميذ يقل عمره عن أو يساوي ١٣ سنة هو $\frac{1}{4}$ ، فما عدد التلاميذ في الفصل الذين تزيد أعمارهم عن ١٣ سنة ؟

- (أ) ٢٣ (ب) ٢٤ (ج) ٣٠ (د) ٣٢

٥ في مدرسة مشتركة إذا كانت نسبة عدد الأولاد إلى عدد البنات كنسبة ٧ : ٩ ، اختير طالب عشوائياً من هذه المدرسة فاحتمال أن يكون الطالب المختار ولداً يساوى

(أ) صفر (ب) $\frac{7}{16}$ (ج) $\frac{9}{16}$ (د) ٧

٦ يحتوى الصندوق الصغير على ٢٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٥ والصندوق الكبير به ٥٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٥٠ ، بدون النظر إليهما سحبت بطاقة من أحدهما ، أى من الصندوقين يعطى فرصة أكبر لتكون البطاقة عليها العدد ١٧ ؟
(أ) الصندوق الكبير . (ب) الصندوق الصغير .
(ج) كلا الصندوقين يعطيان نفس الفرصة . (د) المعلومات المعطاة غير كافية .



١٩ لعبة الدوارة المقابلة مقسمة إلى ٨ قطاعات دائرية متساوية المساحة . لون $\frac{1}{8}$ القطاعات باللون الأحمر ، ولون $\frac{1}{4}$ القطاعات باللون الأخضر ، ولون $\frac{3}{8}$ القطاعات باللون الأزرق ، ولون باقى القطاعات باللون الأصفر ، فإذا أدير سهم اللعبة ، فما احتمال توقف السهم على اللون الأصفر أو الأحمر ؟



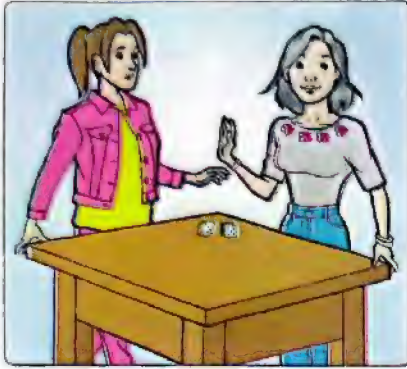
٢٠ فصل دراسى به ٤٠ تلميذاً نجح منهم ٣٠ تلميذاً فى الرياضيات ، ٢٤ تلميذاً فى العلوم ، ٢٠ تلميذاً فى الامتحانين . فإذا اختير تلميذ عشوائياً . أوجد احتمال أن يكون التلميذ المختار :

١ ناجحاً فى الرياضيات . ٢ ناجحاً فى العلوم .

٣ راسباً فى العلوم . ٤ راسباً فى الرياضيات والعلوم معاً .

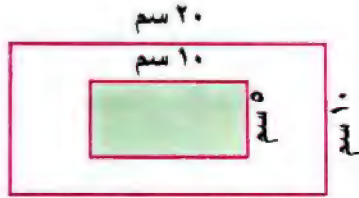


٢١ لاعبان فى فريق لكرة القدم فى أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها ١٨ هدفاً وسدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفاً من منهما تختاره لتسديد ركلة الجزاء فى أثناء المباراة ؟ ولماذا ؟



٢٢ تلعب مريم وسعاد معاً بحجرى نرد (زهري طاولة).
إذا كان حاصل ضرب العددين الظاهرين على
وجهيهما العلويين زوجياً تفوز سعاد ، إذا كان حاصل
ضرب العددين الظاهرين عليهما فردياً تفوز مريم.
١ هل تجد نظام اللعبة عادلاً ؟ ولماذا ؟

٢ وإذا لم يكن كذلك ، فمن من البنتين فرصتها أكبر فى الفوز ؟ ولماذا ؟



٢٣ فى الشكل المقابل :

إذا صوب شخص على اللوحة المرسومة
فأوجد احتمال إصابة المنطقة المظللة.

للمتفوقين



٢٤ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر
فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{2}{3}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

٢٥ سُحبت بطاقة عشوائياً من مجموعة بطاقات مرقمة بالأرقام من ١ إلى ١٠ فإذا كان احتمال
أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو $\frac{1}{3}$ فأوجد قيمة ن



مشروع بحثي

على الوحدة الثانية

أهداف المشروع

- جمع البيانات وتنظيمها.
- عمل الاستبيانات على عينة من المجتمع.
- حساب الاحتمال.
- توقع النتائج في ضوء دراسة العينات.
- ربط الرياضيات بالحياة.

المطلوب

« تلعب الاحتمالات دورًا هامًا في حياتنا اليومية؛ فهي تسمح لنا بتوقع وقوع حدث ما أو عدم وقوعه »

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

- ١ قم بعمل استبيان على أصدقائك بالفصل بسؤال كل منهم عن اللعبة الرياضية المفضلة له.
- ٢ سجل إجابات أصدقائك في جدول العلامات.
- ٣ احسب احتمال أفضلية كل لعبة.
- ٤ بمعرفة عدد الطلاب بمدرستك وفي ضوء حساب الاحتمالات السابقة توقع عدد الطلاب بمدرستك الذين يفضلون كل لعبة.
- ٥ اكتب نبذة مختصرة عن أهمية ممارسة الرياضة في حياتنا.



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $3س - 2س + 2س - 2س = \dots\dots\dots$

(أ) $6س$ (ب) $6س - 2$ (ج) $5س + 2س$ (د) $7س - 2س$

٢ إذا كان : $ص = \frac{9+ب}{ح}$ وكان : $4 = 8$ ، $6 = 6$ ، $2 = 2$ ،

فإن : $ص = \dots\dots\dots$

(أ) $1-$ (ب) 1 (ج) $7-$ (د) 7

٣ عند قسمة $113 + 113 + 113 + 113$ على 4 فإن الباقي = $\dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) 1 (ج) 4 (د) 13

٤ $4(3س) = \dots\dots\dots$

(أ) $12س + 12$ (ب) $7س + 7$ (ج) $12س + 4س$ (د) $12س$

٥ $\dots\dots\dots = \frac{3}{100} + \frac{4}{10}$

(أ) 0.34 (ب) 0.43 (ج) 4.3 (د) 3.4

٦ إذا كان ثلاثة أمثال عدد يساوي 27 فإن $\frac{1}{9}$ هذا العدد هو $\dots\dots\dots$

(أ) 1 (ب) 3 (ج) 9 (د) 27

٧ أي مما يأتي يساوي $\frac{2}{5}$ ؟

- (أ) ٦٪ (ب) ٦٠٪ (ج) $\frac{9}{11}$ (د) ٠,٥٣

٨ إذا كان الكسران $\frac{4}{11}$ ، $\frac{5}{21}$ متساويين فإن : س =

- (أ) ٦ (ب) ٧ (ج) ١١ (د) ١٤

٩ = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 6 \times 4 \times 2$

- (أ) ٤٨ (ب) ٢٣٠,٤ (ج) ١ (د) صفر

١٠ قام عامل بقطع جزء من ماسورة يساوي $\frac{1}{5}$ هذه الماسورة ، فإذا كان طول الجزء

المقطع يساوي ٣ م فإن طول الماسورة بالكامل =

- (أ) ٨ م (ب) ١٢ م (ج) ١٥ م (د) ١٨ م

١١ أي مما يأتي يعبر عن العدد ٣٦ كحاصل ضرب عوامله الأولية ؟

- (أ) $2 \times 3 \times 2 \times 2$ (ب) 9×4 (ج) $3 \times 3 \times 4$ (د) $2 \times 3 \times 2 \times 2$

١٢ = $0 \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$

- (أ) ١٢٠ (ب) ٦٠ (ج) ٢٠ (د) صفر

١٣ ضعف مربع العدد (نصف) هو

- (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{8}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) ٢

١٤ إذا كان عدد الأولاد في إحدى الحفلات هو م وعدد البنات ن وكان كل شخص يحمل

عدد ٢ بالونة فأى من المقادير الآتية يعبر عن عدد البالونات في هذا الحفل ؟

- (أ) $2(m+n)$ (ب) $2 + (m+n)$ (ج) $2m + n$ (د) $2 + m$

١٥ أصغر عدد بين الأعداد التالية هو

- (أ) ٠,٥٢ (ب) ٠,٥ (ج) ٠,٠٥٦ (د) ٠,٥٦٢

٢ أكمل ما يأتي :

١ = ٥,٧٤٨ + ٢٤,٦٥

٢ = $1\frac{3}{8} \div 2\frac{3}{4}$

٣ ثلث الثلث =

٤ = $\frac{19 + 19 \times 9 - (19)^2}{19}$

٥ = $\frac{س}{2} + \frac{س}{4} + \frac{س-3}{8}$ (في أبسط صورة)

٦ إذا كان : ص = ١٠٠ - $\frac{١٠٠}{م+١}$ عند م = ٩

فإن : ص =

٧ إذا كان : ٢ + ٢ = ٢٥ فإن : ٢٢ + ٢ =

٨ $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{5}$ ، (بنفس النمط)

٩ إذا كان : ٣ ص = ٦ فإن : ٥ ص =

١٠ إذا كان : $\frac{1}{4} س = ٥ ص = ١٠$ فإن : س ص =

١١ إذا كان : س + ص = ص ص = ٥ فإن : س^٢ ص + ص^٢ س =

١٢ إذا كان : س - ص = ٣ ، س + ص = ٥ فإن : س^٢ - ص^٢ =

١٣ إذا كان : س^٢ = ١٦ ، ص^٢ = ٩ ، س ص = ١٢

فإن : (س - ص)^٢ =

١٤ إذا كانت درجة الحد الجبري ٥ س^٧ ص^٢ هي ٥ فإن : ن =

١٥ قطعة من الخشب طولها ٤٠ سم ، قُطعت إلى ثلاثة أجزاء أطوالها

٢ س - ٥ ، س + ٧ ، س + ٦ من السنتيمترات

فإن طول أطول قطعة = سم.

الهندسة والقياس

ثانيًا

الهندسة والقياس

الوحدة
3

مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية





الوحدة 3 الهندسة والقياس

دروس الوحدة :



يمكنك حل
الامتحانات
التفاعلية على
الدروس من خلال
مسح **QR code**
الخاص بكل امتحان

- الدرس 1 البرهان الاستدلالي.
- الدرس 2 المضلع.
- الدرس 3 متوازي الأضلاع وخواصه.
- الدرس 4 متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة.
- الدرس 5 المثلث : نظرية (١) ، الزاوية الخارجة للمثلث.
- الدرس 6 تابع المثلث : نظرية (٢) ، نظرية (٣).
- الدرس 7 نظرية فيثاغورث.
- الدرس 8 التحويلات الهندسية.
- الدرس 9 الانعكاس في مستقيم.
- الدرس 10 الانعكاس في نقطة.
- الدرس 11 الانتقال.
- الدرس 12 الدوران.

مشروع بحثي على الوحدة الثالثة

أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستخدم البرهان الاستدلالي لإثبات صحة النظريات.
- يتعرف المضلع والفرق بين المضلع المحدب والمضلع المقعر.
- يوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلة والخارجة لأي مضلع.
- يتعرف المضلع المنتظم ويوجد قياس زاويته الداخلة.
- يتعرف متوازي الأضلاع وخواصه.
- يستنتج متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
- يتعرف الحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع (المستطيل - المعين - المربع).
- يستنتج أن مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث 180° .
- يتعرف الزاوية الخارجة للمثلث وقياسها.
- يستنتج العلاقة بين طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين في مثلث وطول الضلع الثالث.
- يتعرف نظرية فيثاغورث.
- يتعرف خواص الانعكاس في مستقيم والانعكاس في نقطة والانتقال والدوران.
- يوجد صورة شكل هندسى باستخدام الانعكاس والانتقال والدوران.

إقليدس



إقليدس

(٣٥٠/٣٢٥ ق.م)

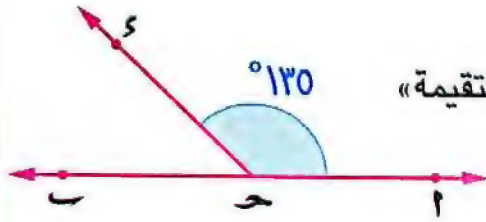
- عالم رياضيات يوناني عاش في الإسكندرية.
- وضع إقليدس نظام البَدَهيَّات وجمع عمله في الهندسة في كتاب أسماه «الأصول» ومنذ ذلك العهد أعتبرت هندسة إقليدس نموذجًا للبرهان المنطقي.
- بَدَهيَّات إقليدس :
- الأشياء التي تساوى شيئًا واحدًا تكون متساوية.
- إذا أُضيفت متساويات إلى متساويات فالمجموع يكون متساويًا.
- الأشياء التي تنطبق بعضها على بعض تكون متساوية.
- الكل أكبر من الجزء.

العلاقات بين الزوايا

الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان

الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع - نقطة بدايته تقع على هذا المستقيم - تكونان متكاملتين.

فمثلاً : في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{H\}$

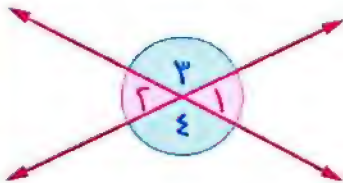
فإن : $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ «زاوية مستقيمة»

فإذا كان : $\angle 1 = 130^\circ$

فإن : $\angle 2 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

الزاويتان المتقابلتان بالرأس

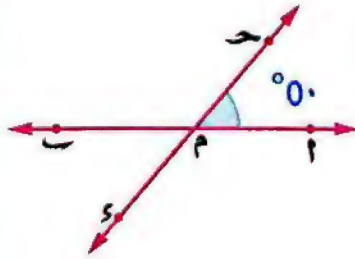
إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتان في القياس.



ففي الشكل المقابل :

$\angle 1 = \angle 3$

$\angle 2 = \angle 4$



فمثلاً : في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$

وكان : $\angle 1 = 50^\circ$

فإن : $\angle 1 = \angle 3 = 50^\circ$ (بالتقابل بالرأس)

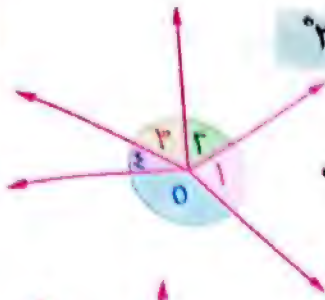
$\angle 2 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ، $\angle 4 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

ويكون : $\angle 2 = \angle 4 = 130^\circ$ (بالتقابل بالرأس)

الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة

مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة يساوي 360°

ففي الشكل المقابل :

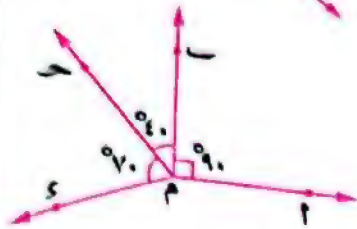


$$360^\circ = (1^\circ) + (2^\circ) + (3^\circ) + (4^\circ)$$

فمثلاً : في الشكل المقابل :

إذا كان : \vec{AM} ، \vec{MB} ، \vec{BC} ، \vec{CA} ،

أشعة لها نفس نقطة البداية م



$$360^\circ = (1^\circ) + (2^\circ) + (3^\circ)$$

$$160^\circ = (70^\circ + 40^\circ + 90^\circ) - 360^\circ = (1^\circ)$$

التوازي

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :

1 كل زاويتين متبادلتين متساويتان في القياس.

$$(1^\circ) = (3^\circ) \text{ (بالتبادل)}$$

$$(2^\circ) = (4^\circ) \text{ (بالتبادل)}$$

2 كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس.

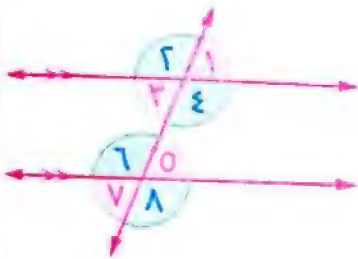
$$(1^\circ) = (5^\circ) \text{ (بالتناظر)} \quad (2^\circ) = (6^\circ) \text{ (بالتناظر)}$$

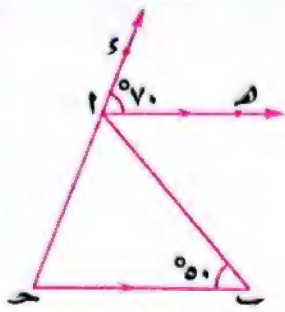
$$(3^\circ) = (7^\circ) \text{ (بالتناظر)} \quad (4^\circ) = (8^\circ) \text{ (بالتناظر)}$$

3 كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

$$(1^\circ) + (3^\circ) = 180^\circ \text{ (داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)}$$

$$(2^\circ) + (4^\circ) = 180^\circ \text{ (داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)}$$





فمثلاً : في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ، $\overleftrightarrow{EF} \supset \overleftrightarrow{AC}$ ،

، $\angle 1 = 70^\circ$ ، $\angle 2 = 50^\circ$ ،

فإن :

١ $\angle 1 = \angle 2 = 50^\circ$ لأن : $\angle 1 = \angle 2$ (ب) (د) (بالتبادل)

٢ $\angle 1 = \angle 2 = 70^\circ$ لأن : $\angle 1 = \angle 2$ (د) (ج) (بالتناظر)

٣ $\angle 1 = \angle 2 = 110^\circ$

لأن : $\angle 1$ و $\angle 2$ داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع \overleftrightarrow{AC} فهما متكاملتان.

كيف تثبت أن مستقيمين متوازيان ؟

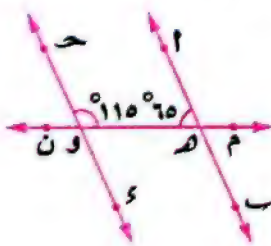
يتوازي المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الآتية :

١ زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس.

٢ زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس.

٣ زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

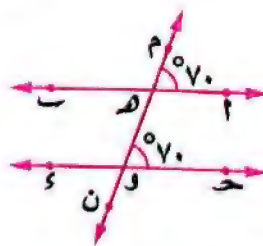
لاحظ كلاً من الأشكال التالية حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ، \overleftrightarrow{EF} مستقيمان ، \overleftrightarrow{MN} قاطع لهما :



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ لأن :

$$\angle 1 + \angle 2 = 115^\circ + 65^\circ = 180^\circ$$

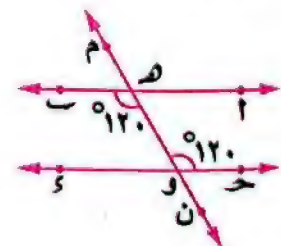
وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع.



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ لأن :

$$\angle 1 = \angle 2 = 70^\circ$$

وهما في وضع تناظر.



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ لأن :

$$\angle 1 = \angle 2 = 120^\circ$$

وهما في وضع تبادل.

حالات تطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تحققت إحدى الحالات الآتية :

١ تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما

في أحدهما مع نظائرها في الآخر.



٢ تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما

في أحدهما مع نظائرها في الآخر.



٣ تطابق كل ضلع في أحدهما مع نظيره في الآخر.



٤ يتطابق المثلثان القائمة الزاوية إذا تطابق



الوتر وأحد ضلعي القائمة في أحدهما مع نظيريهما في الآخر.

البرهان الاستدلالي



* البرهان الاستدلالي هو طريقة نظرية لإثبات النظريات والوصول إلى نتائج.
وفي البرهان الاستدلالي لا نحتاج إلى استخدام الأدوات الهندسية في القياس ، بل نستخدم التعاريف والخواص والحقائق والنظريات السابقة للوصول إلى النتائج وذلك بكتابة جمل رياضية بحيث نذكر لكل جملة رياضية السبب الذي يجعلها صحيحة.

فمثلاً :



إذا علمت أن 1-2-3-4 مستطيل
فإنه يمكنك كتابة ما يأتي :

السبب	الجملة الرياضية
معطى	1-2-3-4 مستطيل
الأضلاع المتقابلة في المستطيل متساوية في الطول	1-2 = 3-4
زوايا المستطيل قوائم	1 = 3 = 2 = 4 = 90°
الأضلاع المتقابلة في المستطيل متوازية	1-2 // 3-4

كيف تكتب البرهان فى الهندسة ؟

- ١ اقرأ المسألة بعناية لتتمكن من تحديد : «المعطيات» وهى كل المعلومات المعطاة فى المسألة ، «المطلوب» وهو السؤال الذى نريد الإجابة عنه فى المسألة.
- ٢ استخدم المعلومات المعطاة فى المسألة لرسم شكل هندسى واضح - وذلك إذا كان الرسم غير معطى - ووضح على الرسم المعلومات المعطاة فى المسألة مثل : أطوال الأضلاع ، قياسات الزوايا وغيرها.
- ٣ اكتب المعطيات على هيئة نقاط.
- ٤ اكتب المطلوب.
- ٥ فكر فى خطة «البرهان» وهى الخطوات الأساسية التى نحتاجها للوصول إلى المطلوب.
- ٦ اكتب البرهان وذلك بكتابة جمل رياضية بحيث أن تذكر لكل جملة السبب الذى يجعل هذه الجملة صحيحة.
- ٧ تأكد من الوصول إلى إجابة السؤال المطلوب فى المسألة.

وفيما يلى أمثلة لكتابة البرهان الاستدلالي :

١ إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس.



المعطيات

\overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{CD} مستقيمان متقاطعان فى م

المطلوب

إثبات أن : $\angle A = \angle D$ (د م ح) $\angle B = \angle C$ (د م ح)

البرهان

$\therefore \angle A = \angle D$ ، $\angle B = \angle C$ زاويتان متجاورتان

$\overleftrightarrow{AB} = \overleftrightarrow{CD}$ ، $\overleftrightarrow{AC} = \overleftrightarrow{BD}$

$\therefore \angle A = \angle D$ (د م ح) $\angle B = \angle C$ (د م ح) $\angle A + \angle B = 180^\circ$

$\therefore \angle A = \angle D$ ، $\angle B = \angle C$ زاويتان متجاورتان

$\overleftrightarrow{AB} = \overleftrightarrow{CD}$ ، $\overleftrightarrow{AC} = \overleftrightarrow{BD}$ $\therefore \angle A = \angle D$ (د م ح) $\angle B = \angle C$ (د م ح) $\angle A + \angle B = 180^\circ$

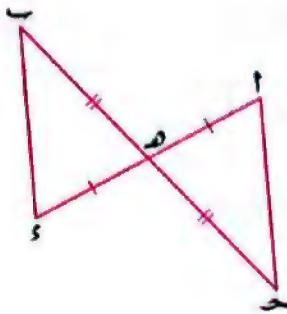
$\therefore \angle A = \angle D$ (د م ح) $\angle B = \angle C$ (د م ح) $\angle A + \angle B = 180^\circ$

$\therefore \angle A = \angle D$ (د م ح) $\angle B = \angle C$ (د م ح)

(وهو المطلوب)

وبالمثل يمكنك إثبات أن : $\angle A = \angle D$ (د م ح) $\angle B = \angle C$ (د م ح)

مثال ١



في الشكل المقابل :

$\overline{BM} = \overline{MD}$ ، $\overline{HM} = \overline{MD}$ ، $\{H\} = \overline{BM} \cap \overline{MD}$ بحيث :

أثبت أن : $\triangle HMB \equiv \triangle HMD$

الحل

المعطيات $\overline{BM} = \overline{MD}$ ، $\overline{HM} = \overline{MD}$ ، $\{H\} = \overline{BM} \cap \overline{MD}$

المطلوب إثبات أن : $\triangle HMB \equiv \triangle HMD$

البرهان $\therefore \{H\} = \overline{BM} \cap \overline{MD} \therefore \angle HMB = \angle HMD$ (بالتقابل بالرأس)

(معطى) $\overline{HM} = \overline{MD}$

(معطى) $\overline{BM} = \overline{MD}$

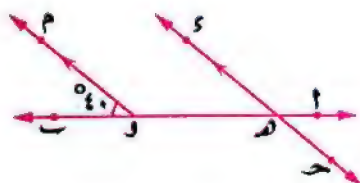
(برهاناً) $\angle HMB = \angle HMD$

(وهو المطلوب)

$\therefore \triangle HMB \equiv \triangle HMD$

حاول بنفسك ١

في الشكل المقابل :



$\overline{AB} \perp \overline{MN}$ ، $\overline{CD} \parallel \overline{MN}$ ، $\{H\} = \overline{AB} \cap \overline{CD}$

، $\angle MHN = 40^\circ$

أكمل البرهان التالي لإيجاد : $\angle HMD$

المعطيات

المطلوب

البرهان $\therefore \overline{CD} \parallel \overline{MN}$ (معطى) ، \overline{AB} قاطع لهما

$\therefore \angle MHN = \angle HMD$ (بالتناظر) $\angle MHN = 40^\circ$

، $\{H\} = \overline{AB} \cap \overline{CD}$

$\therefore \angle HMB = \angle HMD$ (بالتقابل بالرأس)

(وهو المطلوب)

$\therefore \angle HMD = 40^\circ$

٢ مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة يساوي ٣٦٠

المعطيات \vec{OA} ، \vec{OB} ، \vec{OC} ، \vec{OD} أشعة نقطة البداية لكل منها «و»

المطلوب إثبات أن : مجموع قياسات

الزوايا المتجاورة المتجمعة حول «و» يساوي ٣٦٠

العمل نرسم المستقيم \vec{EO} ، $\vec{EO} \exists \vec{OD}$

البرهان

$$\therefore \angle EOA + \angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 180^\circ$$

$$\angle EOB + \angle BOC + \angle COD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle EOA + \angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle EOA + \angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 360^\circ$$

(وهو المطلوب)

٢ مثال

في الشكل المقابل :

$$\angle AOB = 80^\circ, \angle BOC = 120^\circ$$

$$\angle COD = 140^\circ \text{ أثبت أن : } \vec{AO} \parallel \vec{CO}$$

الحل

$$\text{المعطيات } \angle AOB = 80^\circ, \angle BOC = 120^\circ, \angle COD = 140^\circ$$

المطلوب إثبات أن : $\vec{AO} \parallel \vec{CO}$

البرهان $\therefore \angle (د ح ا) + \angle (د ع ح) + \angle (د ا ح) = 360^\circ$ (زوايا متجمعة حول ح)

$$\therefore \angle (د ع ح) = (360^\circ + 120^\circ) - 140^\circ = 240^\circ$$

$$\therefore \angle (د ا ح) + \angle (د ع ح) = 80^\circ + 240^\circ = 320^\circ$$

وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع $\overrightarrow{أ ح}$

$$\therefore \overrightarrow{أ ب} // \overrightarrow{أ ح}$$

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :



$$\angle (أ و ب) = 70^\circ, \angle (ب و ج) = 130^\circ$$

$$\angle (ج و د) = 60^\circ, \text{ و } \overrightarrow{د هـ} \text{ ينصف } \angle (أ و د)$$

أكمل البرهان التالي لإثبات أن : $\overrightarrow{أ ب}$ ، $\overrightarrow{أ ح}$ على استقامة واحدة.

المعطيات

المطلوب

البرهان $\therefore \angle (أ و ب) + \angle (ب و ج) + \angle (ج و د) + \angle (د و أ) = \dots$

(زوايا متجمعة حول و)

$$\therefore \angle (د و أ) = \dots - \dots = \dots$$

$$\therefore \text{ و } \overrightarrow{د هـ} \text{ ينصف } \angle (أ و د) \text{ (معطى)}$$

$$\therefore \angle (د و أ) = \frac{1}{2} \angle (أ و د) \text{ (.....)}$$

$$\therefore \angle (د و أ) = \dots \times \frac{1}{2} = \dots$$

$$\therefore \angle (د و أ) + \angle (أ و ب) = \dots + \dots = \dots$$

(وهو المطلوب)

$$\therefore \overrightarrow{أ ب} , \overrightarrow{أ ح} \text{ على استقامة واحدة.}$$

تمارين 1

على البرهان الاستدلالي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

فهم

تذكر

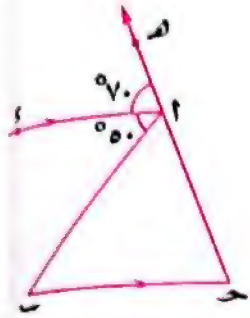
في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{EA} // \overrightarrow{EB}$$

$$^{\circ}70 = (\text{د } \angle \text{هـ}) ، ^{\circ}50 = (\text{ب } \angle \text{أ}) ،$$

أوجد قياسات زوايا $\triangle \text{أ ب ح}$

أكمل الجدول التالي بكتابة سبب كل خطوة من خطوات الحل :



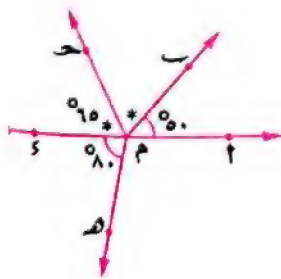
السبب	الجملة (الرياضية)
١	$^{\circ}70 = (\text{د } \angle \text{هـ}) ، ^{\circ}50 = (\text{ب } \angle \text{أ}) ،$
٢	$^{\circ}60 = (^{\circ}70 + ^{\circ}50) - ^{\circ}180 = (\text{ب } \angle \text{ح})$
٣	$\overrightarrow{EA} // \overrightarrow{EB}$
٤	$^{\circ}70 = (\text{د } \angle \text{هـ}) = (\text{د } \angle \text{ح})$
٥	$^{\circ}50 = (\text{ب } \angle \text{أ}) = (\text{ب } \angle \text{ب})$

في الشكل المقابل :

$$^{\circ}80 = (\text{د } \angle \text{م}) ، ^{\circ}50 = (\text{ب } \angle \text{أ})$$

$$^{\circ}65 = (\text{د } \angle \text{م}) ، \text{م ح ينصف د م}$$

أكمل البرهان التالي لإيجاد : $(\text{د } \angle \text{م})$



المعطيات

المطلوب

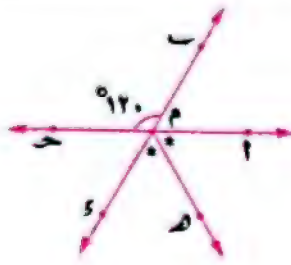
البرهان

(معطى)

$\therefore \text{م ح ينصف د م}$

$$\therefore (\text{د } \angle \text{م}) = (\text{د } \angle \text{م}) = (\text{د } \angle \text{م})$$

$$\begin{aligned} & \therefore \angle (د ا م ح) + \angle (د ح م س) + \angle (د س م ه) + \angle (د ا م ه) = \dots\dots\dots \\ & \therefore \angle (د ا م ه) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ (وهو المطلوب)} \end{aligned}$$



٢ في الشكل المقابل :

$$\{م\} = \overleftrightarrow{ا ح} \cap \overleftrightarrow{د ه}$$

$$\angle (د س م ح) = 120^\circ$$

$$م ه ينصف د ا م س$$

أكمل خطوات الحل لإيجاد : $\angle (د ه م ح)$

المعطيات

المطلوب

$$\therefore \{م\} = \overleftrightarrow{ا ح} \cap \overleftrightarrow{د ه} \text{ البرهان}$$

$$\angle (د س م ح) = \angle (د ا م ح) \text{ (بالتقابل بالرأس)}$$

$$\therefore \angle (د ا م ح) = 120^\circ$$

$$\therefore م ه ينصف د ا م س$$

$$\therefore \angle (د ا م ح) = \angle (د ه م ح)$$

$$\therefore \angle (د ه م ح) = \dots\dots\dots \div \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\therefore م \in \overleftrightarrow{د ه}$$

$$\therefore \angle (د س م ح) + \angle (د ا م ح) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle (د س م ح) = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\therefore \angle (د ه م ح) = \angle (د ا م ح) + \angle (د س م ح)$$

$$\therefore \angle (د ه م ح) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ (وهو المطلوب)}$$

٤ في الشكل المقابل :

$$AB = AC$$

$$\angle B = \angle C$$

أكمل البرهان التالي لإثبات أن : \overleftrightarrow{AD} ينصف BC ح



المعطيات

المطلوب

البرهان : $\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC$ ، فيهما :

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \text{ (معطى)} \\ \angle B = \angle C \text{ (معطى)} \\ \overline{AD} \end{array} \right\}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC$$

وينتج من تطابقهما أن : $\angle ADB = \angle ADC$ (.....)

(وهو المطلوب)

$\therefore \overleftrightarrow{AD}$ ينصف BC .

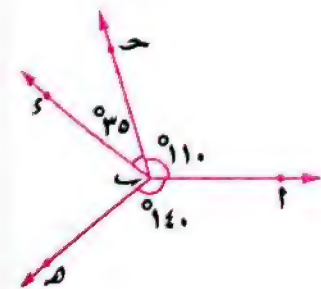
٥ في الشكل المقابل :

$$\angle AOB = 110^\circ$$

$$\angle AOC = 35^\circ$$

$$\angle AOD = 140^\circ$$

أوجد : $\angle BOD$



٧٥°

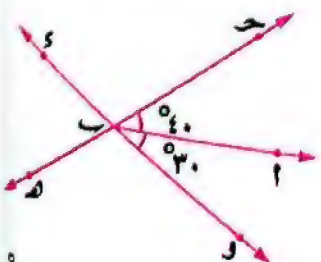
٦ في الشكل المقابل :

$$\angle AOB = \angle COD$$

$$\angle AOC = 40^\circ$$

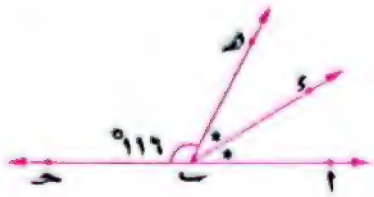
$$\angle BOD = 30^\circ$$

أوجد : $\angle AOD$



٧٠°

٧ في الشكل المقابل :



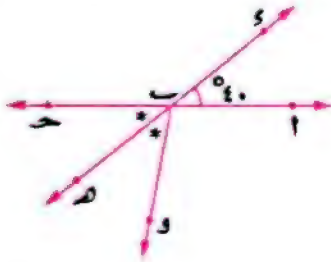
$$\angle \text{أ ح ب} = \angle \text{د ح ب} = 116^\circ$$

، $\overrightarrow{\text{ب د}}$ ينصف $\angle \text{أ ب د}$

أوجد : $\angle \text{د أ ب}$

٣٢٠

٨ في الشكل المقابل :



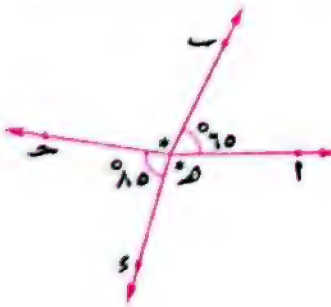
$$\angle \text{أ ح ب} = \angle \text{د ح ب} = 40^\circ$$

، $\overrightarrow{\text{ب د}}$ ينصف $\angle \text{أ ب د}$

أوجد : $\angle \text{د أ ب}$

١٠٠

٩ في الشكل المقابل :



$$\angle \text{أ ح ب} = \angle \text{د ح ب} = 60^\circ$$

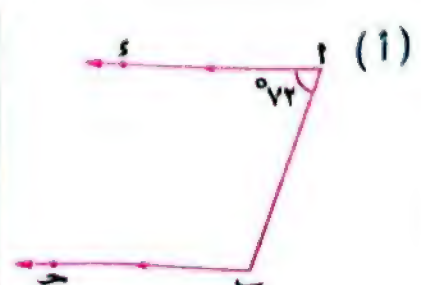
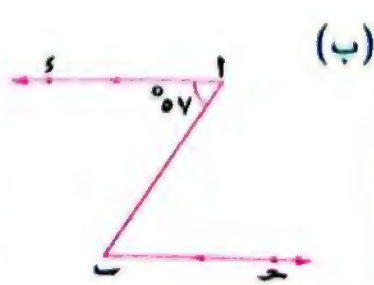
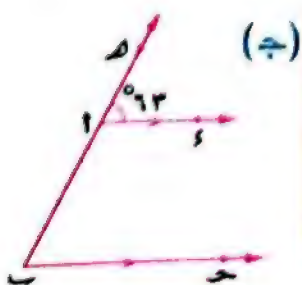
، إذا كان : $\angle \text{د أ ب} = \angle \text{أ ح ب}$

$$\angle \text{أ ح ب} = 60^\circ$$

١٠٥

أوجد : $\angle \text{د أ ب}$ ، هل أ ، د ، ح على استقامة واحدة ؟ ولماذا ؟

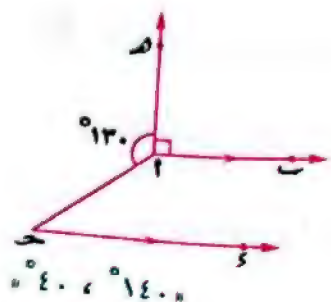
١٠ في كل من الأشكال الآتية إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ د}} \parallel \overrightarrow{\text{ب ح}}$ فعين مع ذكر السبب : $\angle \text{د أ ب}$



١١ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$$

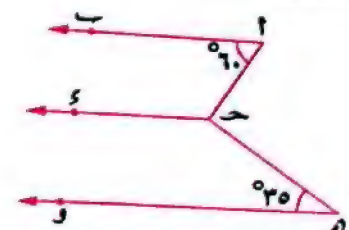
$$\angle A = 90^\circ, \angle C = 130^\circ, \angle D = 40^\circ, \angle B = ?$$

أوجد : ١) $\angle B$ ، ٢) $\angle A$ 

١٢ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF} // \overrightarrow{GH}$$

$$\angle A = 60^\circ, \angle C = 30^\circ, \angle E = 90^\circ, \angle G = ?$$

أوجد : $\angle G$ 

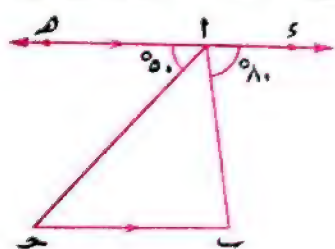
١٣ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF} // \overrightarrow{GH}$$

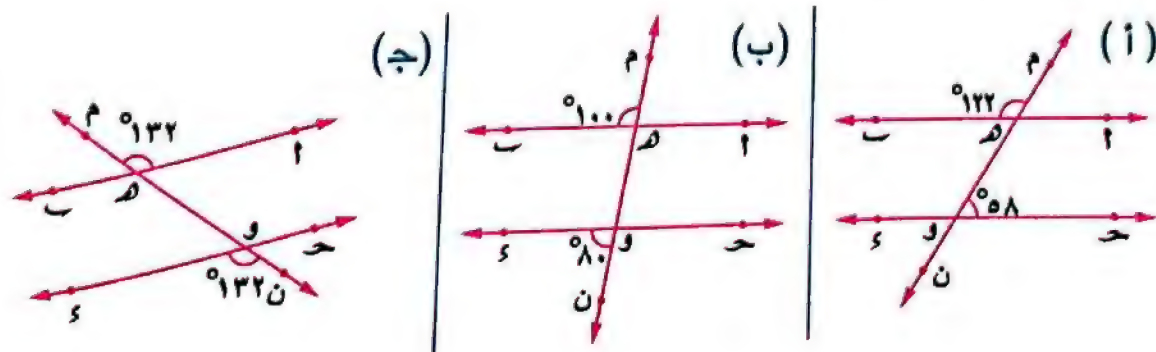
$$\angle A = 80^\circ, \angle C = 50^\circ, \angle E = 50^\circ, \angle G = ?$$

أوجد : قياسات زوايا $\triangle ABC$

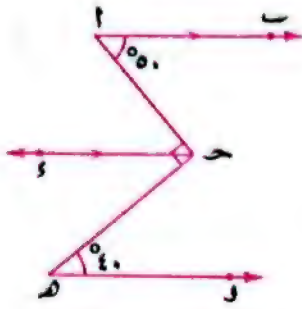
$$\angle A = 80^\circ, \angle C = 50^\circ, \angle E = 50^\circ, \angle G = ?$$

١٤ في كل من الأشكال الآتية إذا كان : $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{EF} // \overrightarrow{GH}$ ، و على الترتيب

$$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$$



الدرس الأول

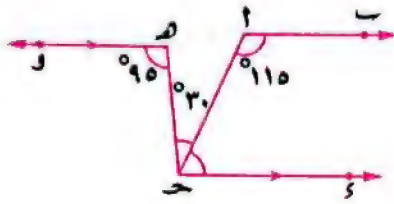


١٥ في الشكل المقابل :

$$\overleftrightarrow{a} // \overleftrightarrow{b} ، \angle د = 50^\circ$$

$$\angle ح = 40^\circ ، قائمة ، \angle د = 40^\circ$$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{a} // \overleftrightarrow{b}$ هو

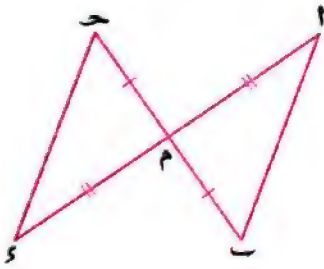


١٦ في الشكل المقابل :

$$\overleftrightarrow{a} // \overleftrightarrow{b} ، \angle ح = 90^\circ$$

$$\angle د = 110^\circ ، \angle ح = 30^\circ ، \angle د = 110^\circ$$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{a} // \overleftrightarrow{b}$ هو



١٧ في الشكل المقابل :

$$\overleftrightarrow{a} \cap \overleftrightarrow{b} = \{م\} ، \angle م = 40^\circ ، \angle م = 40^\circ$$

أثبت أن :

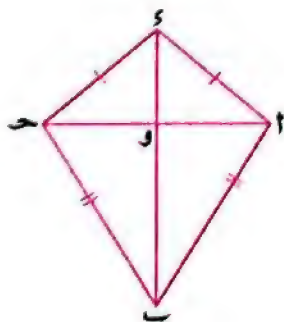
$$\boxed{1} \angle ح = \angle د \quad \boxed{2} \overleftrightarrow{a} // \overleftrightarrow{b}$$

١٨ أثبت أن :

١ المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين في المستوى يكون عمودياً على

المستقيم الآخر.

٢ إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان متوازيين.



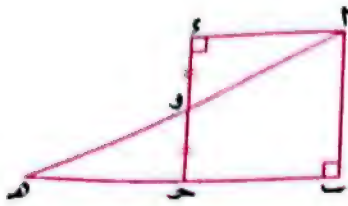
١٩ في الشكل المقابل :

$$\angle ح = \angle د ، \angle ح = \angle د$$

استخدم خاصية تطابق المثلثين في إثبات أن :

$$\boxed{1} \overleftrightarrow{a} \perp \overleftrightarrow{b} \text{ ينصف } \overleftrightarrow{c}$$

$$\boxed{2} \angle ح ، \angle د متعامدان.$$

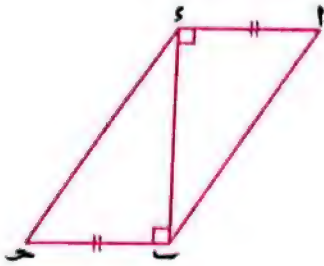


٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع فيه :

و منتصف ح د ، أ ب \cap ح د = { هـ }

برهن أن : ح هـ = ح د



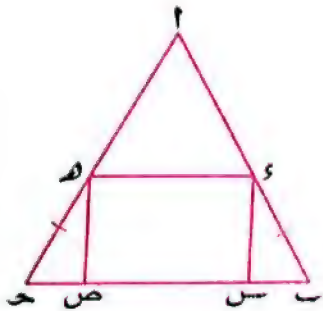
٢١ في الشكل المقابل :

أ ب = ح د ، ح (د أ ب) = ح (د ب ح) = ٩٠°

برهن أن :

١ أ ب = ح د

٢ أ ب // ح د

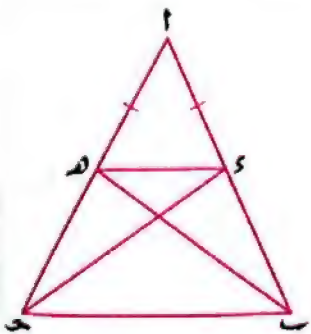


٢٢ في الشكل المقابل :

ح د = ح ب

، د ب ح د مستطيل

أثبت أن : ح (د أ ب) = ح (د ب ح)



٢٣ في الشكل المقابل :

أ ب = ح د

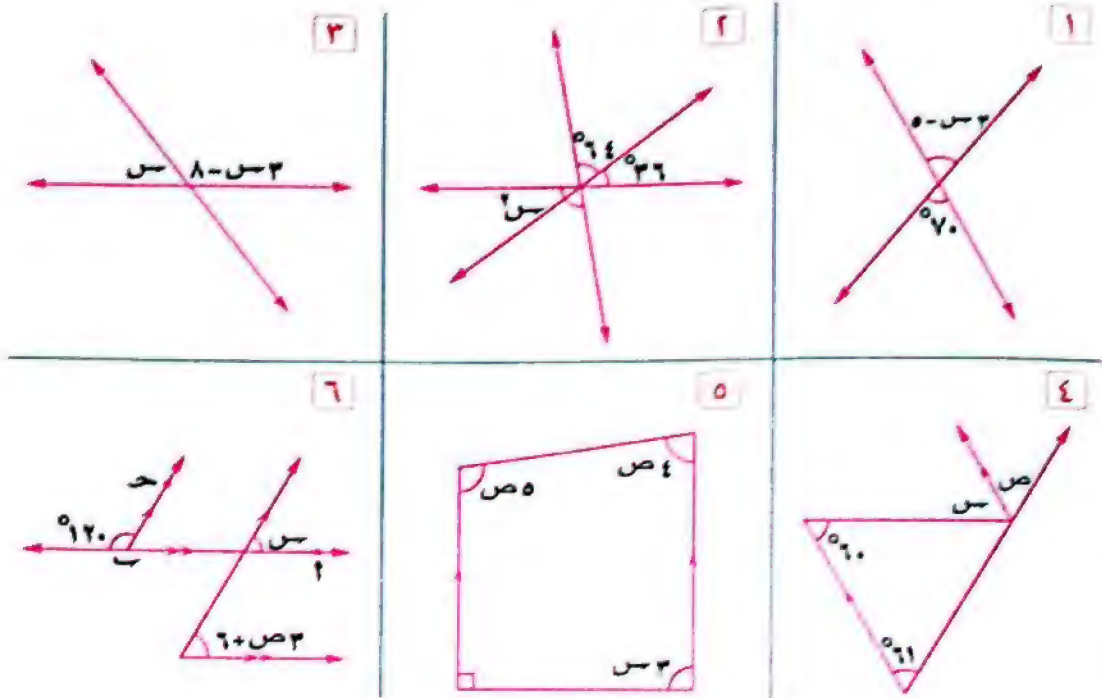
، ح (د أ ب) = ح (د ب ح)

أثبت أن :

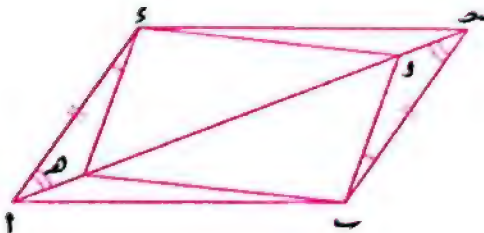
١ أ ب = ح د

٢ أ ب = ح د

١٤ احسب قيمة x ، ص في كل مما يأتي :



للمتفوقين



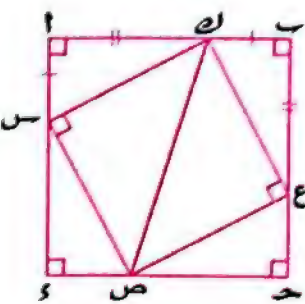
٢٥ في الشكل المقابل :

أولاً : هل $\triangle AED \cong \triangle BEC$ ؟ ولماذا ؟

ثانياً : أثبت أن :

١ $\triangle AED \cong \triangle BEC$

٢ $\triangle AED \cong \triangle BEC$



٢٦ في الشكل المقابل :

أولاً : هل $\triangle AED \cong \triangle BEC$ ؟ ولماذا ؟

ثانياً : أثبت أن :

١ $\triangle AED \cong \triangle BEC$

٢ $\triangle AED \cong \triangle BEC$



المضلع

هو خط بسيط مغلق يتكون من اتحاد ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر ويُسمى المضلع بحسب عدد أضلاعه.

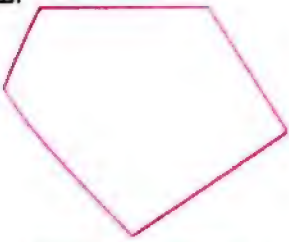
لاحظ أن:

الخط البسيط هو الخط الذي لا يقطع نفسه.

• أمثلة لبعض المضلعات:

0

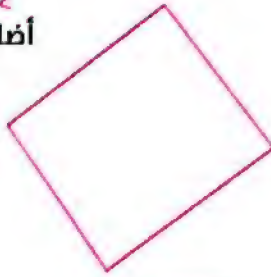
أضلاع



شكل خماسي

4

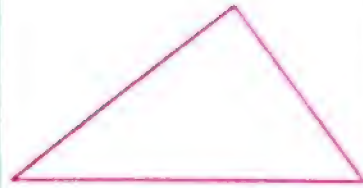
أضلاع



شكل رباعي

3

أضلاع



مثلث

8

أضلاع



شكل ثماني

7

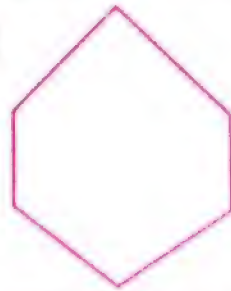
أضلاع



شكل سباعي

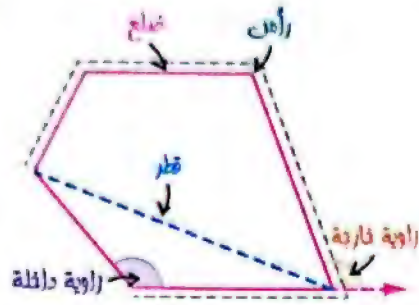
6

أضلاع



شكل سداسي

ملاحظات !



١ كل قطعة مستقيمة من القطع المكونة للمضلع تُسمى «ضلعًا».

٢ كل نقطة ناتجة عن تلاقي ضلعين متجاورين من أضلاع المضلع تُسمى «رأسًا».

٣ مجموع أطوال أضلاع المضلع يُسمى «محيط المضلع».

٤ كل قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير متتاليين في المضلع تُسمى «قطرًا».

٥ الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في المضلع تسمى «زاوية داخلية».

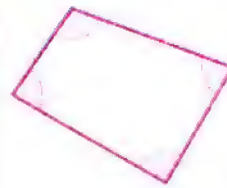
٦ الزاوية المحصورة بين أحد أضلاع المضلع وامتداد الضلع المجاور له تسمى «زاوية خارجية».

٧ عدد أضلاع أى مضلع = عدد رؤوسه = عدد زواياه الداخلية.

المضلع المحدب والمضلع المقعر

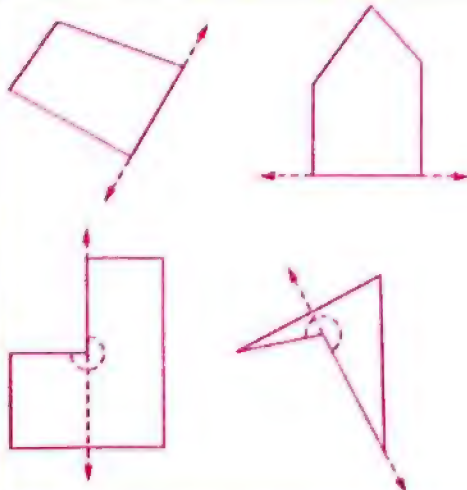


• يكون المضلع مقعرًا إذا كان قياس زاوية واحدة على الأقل من زواياه الداخلية أكبر من 180° (زاوية منعكسة).



• يكون المضلع محدبًا إذا كان قياس أى زاوية من زواياه الداخلية أقل من 180° .

ملاحظة !







• فى المضلع المحدب : إذا رُسم مستقيم يمر بأى رأسين متتاليين فإن باقى رؤوسه تقع فى جهة واحدة من هذا المستقيم.

• فى المضلع المقعر : توجد مستقيمتان تمر برأسين متتاليين وتكون باقى رؤوسه واقعة فى جهتين مختلفتين من هذه المستقيمتان.

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مضلع

نعلم أن : مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = 180°
ويمكن استخدام ذلك في استنتاج قانون عام لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مضلع عدد أضلاعه n

فإذا رسمنا الأقطار الخارجة من أحد رؤس المضلع فإن سطح هذا المضلع ينقسم إلى عدد من المثلثات كما بالجدول التالي :

المضلع	عدد أضلاعه	عدد المثلثات الناتجة	مجموع قياسات زواياه الداخلة
	4	2	$360^\circ = 180^\circ \times 2$
	5	3	$540^\circ = 180^\circ \times 3$
	6	4	$720^\circ = 180^\circ \times 4$
	7	5	$900^\circ = 180^\circ \times 5$

مما سبق لاحظ أن : عدد المثلثات الناتجة = عدد أضلاع المضلع - 2
وبصفة عامة :

إذا رسمنا جميع الأقطار الخارجة من أحد رؤس مضلع عدد أضلاعه n ضلعاً فإن سطح هذا المضلع ينقسم إلى عدد من المثلثات يساوي $(n - 2)$ مثلثاً.
وحيث إن مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°

∴ مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه n يساوي $180^\circ \times (n - 2)$

فمثلاً : • مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الثماني = $180^\circ \times (2 - 8) = 1080^\circ$

• مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل التساعي = $180^\circ \times (2 - 9) = 1260^\circ$

مثال ١

أكمل الجدول التالي :

عدد أضلاع المضلع	١٠	٣	١٢	١٥
مجموع قياسات زواياه الداخلة

الحل

عدد أضلاع المضلع	١٠	٣	١٢	١٥
مجموع قياسات زواياه الداخلة	$180^\circ \times 8 = 1440^\circ$	$180^\circ \times 1 = 180^\circ$	$180^\circ \times 10 = 1800^\circ$	$180^\circ \times 13 = 2340^\circ$

مثال ٢

إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع يساوي 2160° أوجد عدد أضلاعه.

الحل

∴ مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن يساوي $(2 - n) \times 180^\circ$
 $\therefore 2160^\circ = (2 - n) \times 180^\circ \quad \therefore n - 2 = \frac{2160}{180} = 12 \quad \therefore n = 14$
 ∴ عدد أضلاع هذا المضلع يساوي ١٤ ضلعاً.

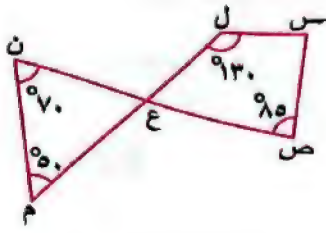
الإجابات النهائية
 لأسئلة حاول بنفسك
 تجدها نهاية كل درس
 للتأكد من إتقانك.

حاول بنفسك ١

أكمل الجدول التالي :

عدد أضلاع المضلع	١١	١٦
مجموع قياسات زواياه الداخلة	900°	540°

مثال ٣



في الشكل المقابل :

$$\overline{LM} \cap \overline{SN} = \{E\}, \quad \angle M = 70^\circ, \quad \angle N = 50^\circ$$

$$\angle L = 130^\circ, \quad \angle S = 85^\circ$$

أوجد : $\angle D$

الحل

$$\text{المعطيات} \quad \angle M = 70^\circ, \quad \angle N = 50^\circ, \quad \angle L = 130^\circ, \quad \angle S = 85^\circ$$

المطلوب إيجاد : $\angle D$ البرهان في $\triangle MNE$: $\angle M = 70^\circ, \angle N = 50^\circ$

$$\therefore \angle MEN = 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 60^\circ$$

$$\therefore \angle LSV = 180^\circ - (130^\circ + 85^\circ) = 65^\circ$$

$$\therefore \angle D = 60^\circ + 65^\circ = 125^\circ$$

الشكل من ص ع ل شكل رباعي

$$\therefore \text{مجموع قياسات زواياه الداخلة} = (2 - 4) \times 180^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle D = 360^\circ - (60^\circ + 85^\circ + 130^\circ) = 85^\circ \quad (\text{وهو المطلوب})$$

مثال ٤

إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لشكل رباعي كنسبة ٢ : ٣ : ٣ : ٤

فأوجد أصغر قياس من قياسات زوايا هذا الشكل الرباعي.

الحل

$$\therefore \text{النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لشكل رباعي} = 2 : 3 : 3 : 4$$

 \therefore قياسات الزوايا الداخلة لهذا الشكل هي : ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٤

∴ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = $180^\circ \times (2 - 4) = 180^\circ \times 2 = 360^\circ$ ،

$$\therefore 360^\circ = 120^\circ + 120^\circ + 120^\circ + 120^\circ$$

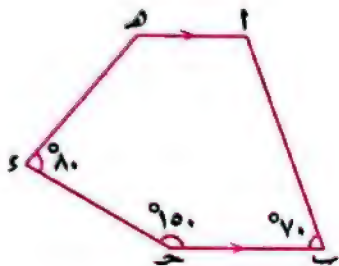
$$\therefore 30^\circ = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

∴ أصغر قياس هو 30°

$$\therefore 60^\circ = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :



$$\angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

$$\angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

أكمل البرهان التالي لإيجاد : $\angle D$

المعطيات

المطلوب

البرهان

$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

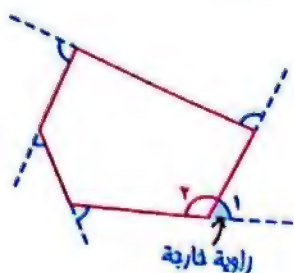
$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

(وهو المطلوب)

$$\therefore \angle A = 80^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 70^\circ, \angle D = 110^\circ$$

مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب عدد أضلاعه ن



- سبق أن ذكرنا أن الزاوية الخارجية لمضلع هي الزاوية المحصورة بين أحد أضلاع المضلع وامتداد الضلع المجاور له وبالرغم أنه من الممكن رسم زاويتين خارجيتين متساويتين في القياس عند كل رأس من رؤوس المضلع إلا أن قاعدة مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع تستخدم زاوية خارجية واحدة فقط كما بالشكل المقابل.
- عند أى رأس من رؤوس مضلع نجد أن : مجموع قياسى الزاويتين الداخلة والخارجة يساوى 180°

$$\text{ففى الشكل المقابل : } \angle + (180^\circ - \angle) = 180^\circ$$

وعلى سبيل المثال فى الشكل الخماسى السابق :

مجموع قياسات الزوايا الداخلة الخمسة والزوايا الخارجة الخمسة يساوى $180^\circ \times 5$

وحيث إن مجموع قياسات الزوايا الداخلة فقط يساوى $180^\circ \times 3$

$$\therefore \text{مجموع قياسات الزوايا الخارجة الخمسة يساوى } 180^\circ \times 2 = 360^\circ$$

ويمكن استنتاج ذلك بالنسبة لأى مضلع محدب عدد أضلاعه ن كالتالى :

مجموع قياسات الزوايا الخارجة + مجموع قياسات الزوايا الداخلة = $180^\circ \times ن$

$$\therefore \text{مجموع قياسات الزوايا الخارجة} + 180^\circ \times (ن - 2) = 180^\circ \times ن$$

$$\therefore \text{مجموع قياسات الزوايا الخارجة} = 180^\circ \times ن - [180^\circ \times (ن - 2)]$$

$$= 180^\circ \times ن - 180^\circ \times ن + 360^\circ = 360^\circ$$

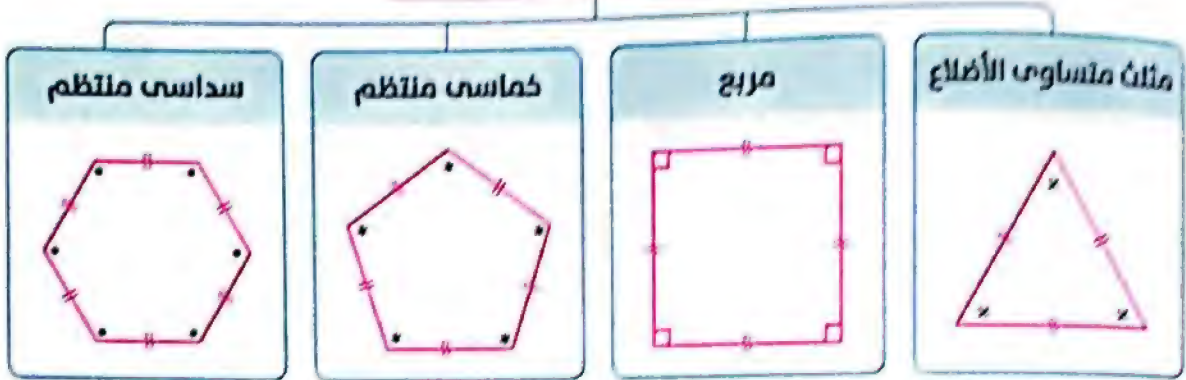
وعلى هذا فإن : مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب عدد أضلاعه ن = 360° ، باعتبار زاوية خارجية واحدة عند كل رأس ،

المضلع المنتظم

يسمى المضلع مضلعًا منتظمًا إذا كانت :

- ١ جميع أضلاعه متساوية الطول.
- ٢ جميع زواياه متساوية القياس.

ومن أمثلة المضلعات المنتظمة :



قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم

رأينا أن مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع الذي عدد أضلاعه n هو $180^\circ \times (n - 2)$.
فإذا كان المضلع منتظمًا فإن زواياه الداخلة التي عددها n تكون متساوية في القياس.

∴ قياس كل زاوية داخلية من زوايا مضلع منتظم عدد أضلاعه n يساوي $\frac{180^\circ \times (n - 2)}{n}$.

فمثلاً : • المثلث المتساوي الأضلاع قياس كل زاوية من زواياه الداخلة $= \frac{180^\circ \times (2 - 3)}{3} = 60^\circ$

• المربع قياس كل زاوية من زواياه الداخلة $= \frac{180^\circ \times (2 - 4)}{4} = 90^\circ$

مثال ٥

أكمل الجدول التالي :

٦	١٢	٨	٥	عدد أضلاع مضلع منتظم
.....	قياس إحدى زواياه الداخلة

الحل

عدد أضلاع مضلع منتظم	5	8	12	6
قياس إحدى زواياه الداخلة	$\frac{180 \times 3}{5} = 108^\circ$	$\frac{180 \times 6}{8} = 135^\circ$	$\frac{180 \times 10}{12} = 150^\circ$	$\frac{180 \times 4}{6} = 120^\circ$

مثال ٦

مضلع منتظم قياس إحدى زواياه الداخلة 144° أوجد عدد أضلاعه.

الحل

$$\therefore \text{قياس كل زاوية من زوايا مضلع منتظم عدد أضلاعه } n = \frac{180 \times (2 - n)}{n}$$

$$\therefore 144 = \frac{180 \times (2 - n)}{n} \quad \therefore 144 = 180 \times (2 - n) \div n$$

$$\therefore 180 - n = 144 \div n \quad \therefore 180 - n = 144 \div n$$

$$\therefore 36 = n \quad \therefore 36 = n$$

$$\therefore \text{عدد الأضلاع} = 10 \text{ أضلاع.}$$

ملحوظة:

\therefore قياس الزاوية الخارجة $= 180^\circ - \text{قياس الزاوية الداخلة.}$

$$= 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

\therefore مجموع قياسات الزوايا الخارجة $= 360^\circ$

$$\therefore \text{عدد الزوايا الخارجة} = \frac{360^\circ}{36^\circ} = 10 \text{ زوايا.}$$

$$\therefore \text{عدد الأضلاع} = 10 \text{ أضلاع.}$$

لاحظ أن:

عدد أضلاع المضلع = عدد رؤوسه

= عدد زواياه الداخلة

= عدد زواياه الخارجة

ملاحظة !

عدد أضلاع المضلع المنتظم الذي قياس إحدى زواياه الداخلة $١٨٠^\circ - ٣٦^\circ$ يساوي $\frac{٣٦^\circ}{١٨٠^\circ - ٣٦^\circ}$

فمثلاً: عدد أضلاع المضلع المنتظم الذي قياس إحدى زواياه الداخلة $١٤٤^\circ = \frac{٣٦^\circ}{١٤٤^\circ - ١٨^\circ} = ١٠$ أضلاع

حاول بنفسك ٣

أكمل الجدول التالي :

.....	١٠	٣	عدد أضلاع مضلع منتظم
١٦٠°	١٣٥°	$^\circ$	$^\circ$	قياس إحدى زواياه الداخلة

المحاضر

للتقويم المستمر

تشمل

- ✓ اختبارات تراكمية على كل درس.
- ✓ ملخص الوحدات.
- ✓ الأسئلة الهامة.
- ✓ امتحانات نهائية تشمل امتحانات الكتاب المدرسي.

تصرف مجاناً مع الكتاب



- ٣٣٨ ، ١٠ : قياس إحدى زواياه الداخلة
- ٧٨ ، ٧ : لم يتغير منتظم
- عدد أضلاع المضلع
- ٨٥٨ ، ١٦٢٠ : قياس إحدى زواياه الداخلة
- مجموع قياسات زواياه الداخلة
- ٨ ، ٥ : عدد أضلاع المضلع

في نهاية كل درس
ستجد الإجابات النهائية
لأسئلة حاول بنفسك
بلفس هذا الشكل

المحاضر

تمارين 2

على المضلع



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

تذكر • فهم • تطبيق

أكمل ما يأتي :

- ١ المضلع المنتظم هو مضلع فيه : (١) (ب)
- ٢ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي =
- ٣ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الخماسي =
- ٤ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسي =
- ٥ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السباعي =
- ٦ قياس الزاوية الداخلة للخماسي المنتظم =
- ٧ ، وقياس الزاوية الداخلة للسباعي المنتظم =
- ٨ إذا كان محيط سداسي منتظم ٣٠ سم فإن طول ضلعه = سم
- ٩ ، وقياس كل زاوية من زواياه الداخلة =
- ١٠ إذا كان محيط مضلع منتظم ٨٠ سم وطول ضلعه ١٠ سم فإن قياس كل زاوية من زواياه الداخلة =

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن يساوي

(ب) $180 \times (n - 2)$	(١) $n \times 180$
(د) $\frac{180 \times (n - 2)}{2n}$	(ج) $\frac{180 \times (n - 2)}{n}$
- ٢ قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه ن يساوي

(ب) $\frac{180 \times (n - 2)}{2}$	(١) $\frac{90 \times (n - 2)}{n}$
(د) $180 \times (n - 1)$	(ج) $\frac{180 \times (n - 2)}{n}$

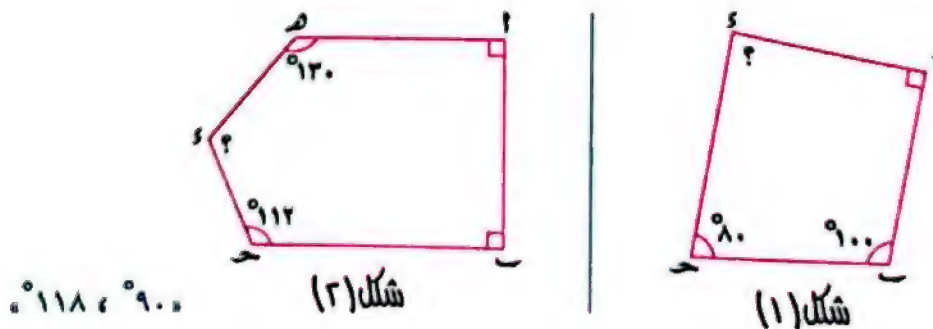
- ٣ قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه ١٠ أضلاع يساوى
 (١) 72° (ب) 108° (ج) 144° (د) 150°
- ٤ قياس الزاوية الداخلة للمضلع الثماني عشر المنتظم يساوى
 (١) 130° (ب) 140° (ج) 150° (د) 160°
- ٥ إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلة لمضلع منتظم 135° فإن عدد أضلاعه يساوى
 (١) ٦ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ٨
- ٦ مجموع قياسات الزوايا الخارجة للمثلث يساوى
 (١) 90° (ب) 180° (ج) 360° (د) 720°
- ٧ فى الشكل الرباعى أ ب ح د إذا كان : $\angle د = 2$ و $\angle ب = ٣$ و $\angle ح = ٩٦^\circ$ فإن : $\angle د =$
 (١) 96° (ب) 48° (ج) 120° (د) 144°

٣ أوجد عدد أقطار كل من الأشكال التالية :

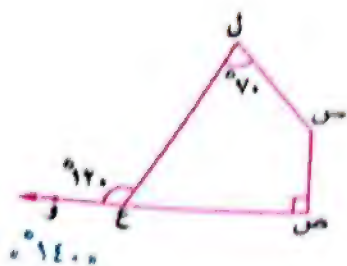
- ١ المثلث. ٢ الشكل الرباعى. ٣ الشكل الخماسى.

(إرشاد : عدد أقطار مضلع عدد أضلاعه $n = \frac{n(n-3)}{2}$)

٤ فى كل مما يأتى أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (?) :



٥ في الشكل المقابل :

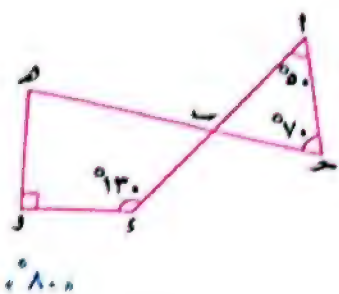


$$\text{و } \exists \text{ ص ع ، } \angle (د ل) = 70^\circ$$

$$\angle (د ص) = 90^\circ ، \angle (د ل ع) = 120^\circ$$

أوجد : $\angle (د س)$

٦ في الشكل المقابل :



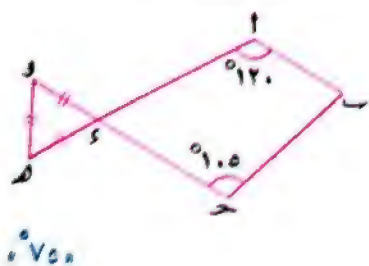
$$\text{ح م } \cap \overline{ا ا} = \{ب\}$$

$$\angle (د ح) = 70^\circ ، \angle (ا د) = 50^\circ$$

$$\angle (د و) = 90^\circ ، \angle (د د) = 130^\circ$$

أوجد : $\angle (د م)$

٧ في الشكل المقابل :

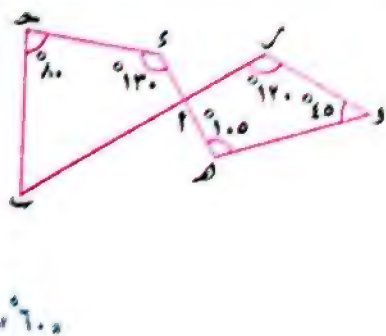


$$\text{ا م } \cap \overline{ح و} = \{ع\} ، \text{ و م و مثلث متساوي الأضلاع}$$

$$\angle (د ح) = 120^\circ ، \angle (د ح) = 100^\circ$$

أوجد : $\angle (د ب)$

٨ في الشكل المقابل :



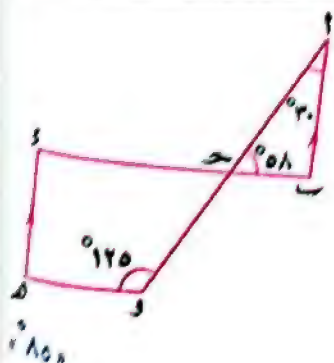
$$\text{ه د } \cap \overline{ر ب} = \{أ\} ، \angle (د و) = 40^\circ$$

$$\angle (د ر) = 120^\circ ، \angle (د ه) = 100^\circ$$

$$\angle (د ح) = 130^\circ ، \angle (د ح) = 80^\circ$$

أوجد : $\angle (د ب)$

٩ في الشكل المقابل :



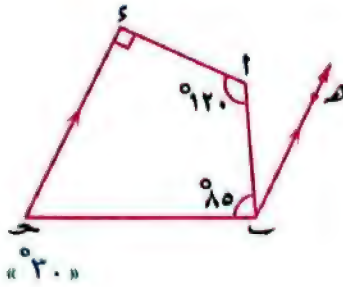
$$\text{ب ا } \cap \overline{ا و} = \{ح\} ، \text{ و } \overline{ا ب} \parallel \overline{ه د}$$

$$\angle (ا د) = 30^\circ ، \angle (ا د ح ب) = 58^\circ$$

$$\angle (د ح و ه) = 125^\circ$$

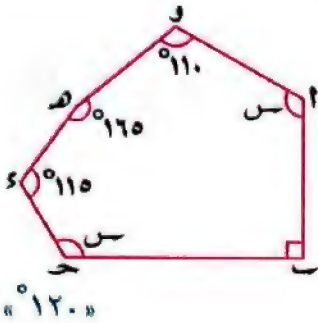
أوجد : $\angle (د ه)$

١٠ في الشكل المقابل :



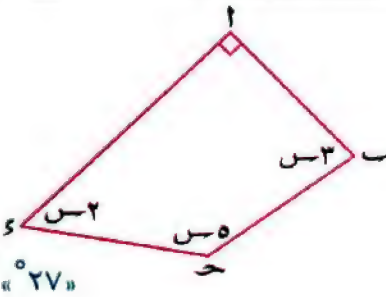
$\angle د = 90^\circ$ ، $\angle أ = 120^\circ$ ،
 $\angle ب = 85^\circ$ ، $\angle ح = 20^\circ$ ،
 أوجد : $\angle د + \angle ب$

١١ في الشكل المقابل :



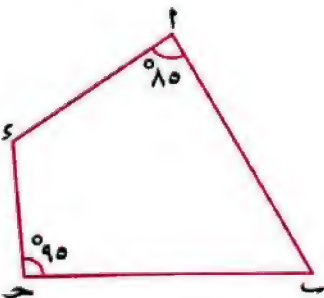
أ ب ح د هـ و شكل سداسي
 $\angle د + \angle ب = \angle ح + \angle هـ$ ،
 أوجد قيمة : س

١٢ في الشكل المقابل :



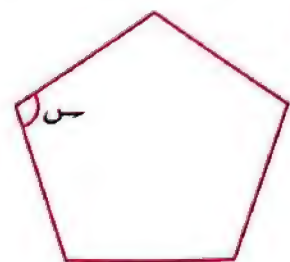
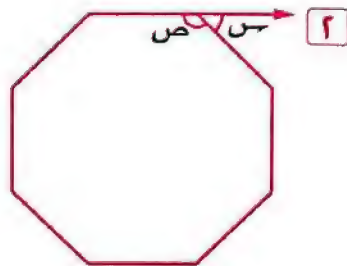
أ ب ح د شكل رباعي فيه :
 $\angle د = 90^\circ$
 أوجد قيمة : س

١٣ في الشكل المقابل :

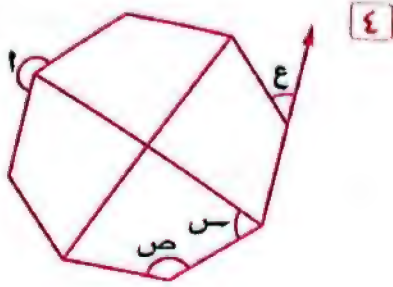


$\angle د = 85^\circ$ ، $\angle ح = 95^\circ$ ،
 $\angle ب = \frac{1}{4} \angle د$ ،
 أوجد قياس كل منهما.

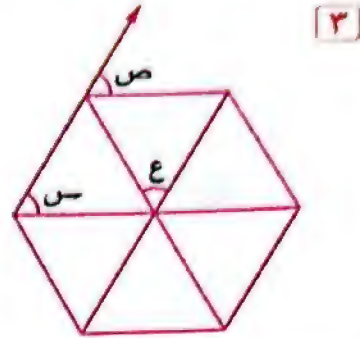
١٤ في كل مما يأتي إذا كان المضلع منتظماً فأوجد قياسات الزوايا المجهولة :



تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

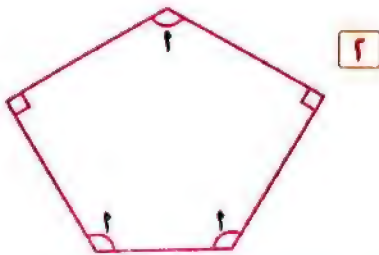


٤

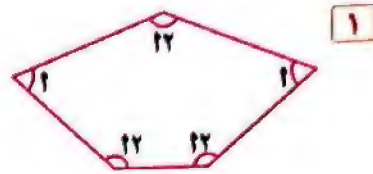


٣

١٥ في كل مما يأتي أوجد قياسات الزوايا المجهولة :



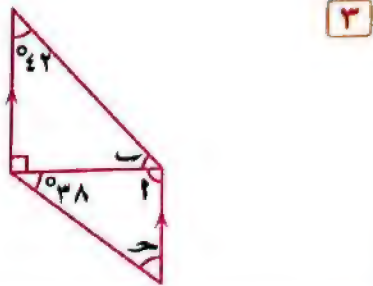
٢



١

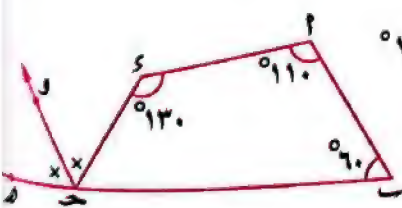


٤



٣

١٦ في الشكل المقابل :

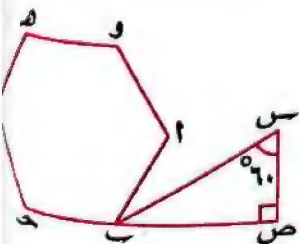


و (د) = 110° ، و (ب) = 60° ، و (د) = 130° ،

و ينصف د ح ، و $\overrightarrow{ح} \parallel \overrightarrow{ب}$ ،

أثبت أن : $\overrightarrow{ح} \parallel \overrightarrow{أ}$

١٧ في الشكل المقابل :



أ ح د ه و سداسي منتظم

و $\overrightarrow{ص} \perp \overrightarrow{س}$ ، و $\overrightarrow{ح} \parallel \overrightarrow{ب}$ ،

و (د س) = 60° ،

أثبت أن : $\overrightarrow{س}$ ينصف د أ

١٨ إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لشكل خماسي هي $٤ : ٣ : ٢ : ٣ : ٣$

أوجد أكبر قياس زاوية من الزوايا الداخلة لهذا الشكل الخماسي. «١٤٤»

١٩ إذا كان قياس الزاوية الخارجة لمضلع منتظم يساوي ٣٠°

ما عدد أضلاع هذا المضلع ؟ وما مجموع قياسات زواياه الداخلة ؟ «١٢٠ ، ١٨٠»

٢٠ هل يمكن لزاوية قياسها ١٠٠° أن تكون زاوية داخلة لمضلع منتظم ؟ ولماذا ؟

٢١ مضلع له تسعة أضلاع ومجموع قياسات ثمانية من زواياه هو ١١٤٠° :

١ أوجد قياس الزاوية الباقية. «١٢٠»

٢ هل يمكن أن يكون هذا المضلع منتظمًا ؟ وضح إجابتك.

٢٢ عدد أضلاع مضلع ١٥ ضلعًا :

١ أوجد مجموع قياسات زواياه الداخلة.

٢ إذا كان مجموع قياسات خمسة من زواياه الخارجة يساوي ٢٠٠° أوجد مجموع قياسات

الزوايا العشرة الداخلة غير المجاورة للزوايا الخمسة الخارجة. «٢٣٤٠ ، ١٦٤٠»

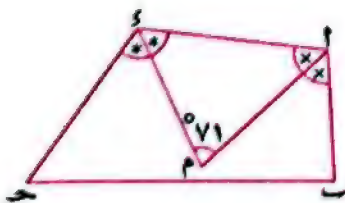
للمتفوقين

٢٣ في الشكل المقابل :

أ \hat{A} ينصف د ب ، و \hat{C} ينصف د أ ح

و ، $\angle م د ب = ٧١^\circ$

أثبت أن : $\angle د + \angle ح = ١٤٢^\circ$



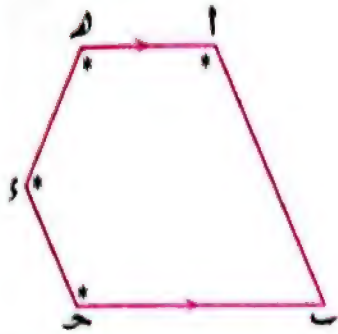
تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٢٤ في الشكل المقابل :

$$\overline{AM} // \overline{BC}$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F,$$

أوجد : $\angle B$



« ٦٠ »

يمكنك

حل الاختبارات التفاعلية

QR Code

عن طريق قراءة كود

الآن

من خلال :





* درست في المرحلة الابتدائية متوازي الأضلاع وخواصه.

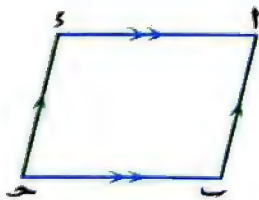
وفي هذا الدرس سنتذكر أولاً ما قمت بدراسته عن متوازي الأضلاع ، ثم ستدرس متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

تعريف

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.

فمثلاً :

في الشكل المقابل :

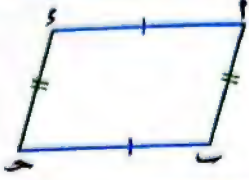
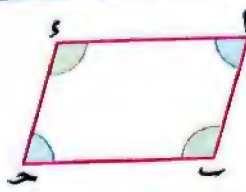
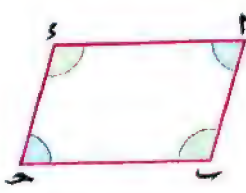
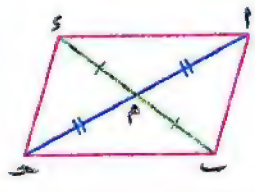


إذا كان : $\overline{ab} \parallel \overline{cd}$ ، $\overline{bc} \parallel \overline{da}$: إذا كان شكل رباعي فيه :

$$\overline{ab} \parallel \overline{cd} , \overline{bc} \parallel \overline{da}$$

فإن الشكل $\overline{ab} \parallel \overline{cd}$ متوازي أضلاع.

خواص متوازي الأضلاع

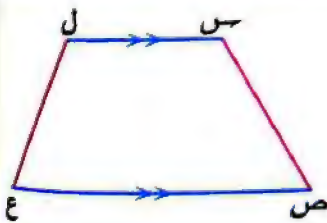
$\angle \alpha = \angle \beta$ $\angle \gamma = \angle \delta$		١ كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول
$\angle \alpha = \angle \gamma$ $\angle \beta = \angle \delta$		٢ كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس
$\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$ $\angle \alpha + \angle \delta = 180^\circ$ $\angle \gamma + \angle \beta = 180^\circ$ $\angle \gamma + \angle \delta = 180^\circ$		٣ مجموع قياسى أى زاويتين متتاليتين يساوى 180°
$\angle \alpha = \angle \beta$ $\angle \gamma = \angle \delta$		٤ القطران ينصف كل منهما الآخر

محيط متوازي الأضلاع = مجموع طولى أى ضلعين متجاورين فيه $\times 2$

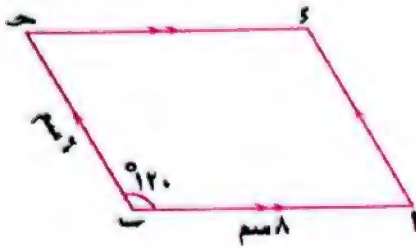
ملاحظة!

الشكل الرباعى الذى فيه ضلعان فقط متوازيان
يُسمى شبه منحرف كما بالشكل المقابل الذى فيه :

$\overline{SL} \parallel \overline{SE}$



مثال ١



في الشكل المقابل :

١ ب ح د متوازي أضلاع فيه : $AB = 8$ سم

، $BC = 6$ سم ، $\angle D = 120^\circ$

أوجد :

١ طول كل من : \overline{AD} ، \overline{BC}

٢ قياس كل من : $\angle A$ ، $\angle B$ ، $\angle C$

٣ محيط متوازي الأضلاع $ABCD$

الحل

المعطيات ١ ب ح د متوازي أضلاع ، $AB = 8$ سم ، $BC = 6$ سم ، $\angle D = 120^\circ$

المطلوب إيجاد : ١ ح د ، ٢ $\angle A$ ، $\angle B$ ، $\angle C$

٣ محيط متوازي الأضلاع $ABCD$

البرهان $\therefore AB$ ح د متوازي أضلاع.

$\therefore AB = BC = 8$ سم (خواص متوازي الأضلاع)

١ ح د ، ٢ ح د = ٦ سم (خواص متوازي الأضلاع) (المطلوب أولاً)

، $\angle D = 120^\circ = \angle A = \angle C$ (خواص متوازي الأضلاع)

، $\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$ (خواص متوازي الأضلاع)

، $\angle D = 120^\circ$

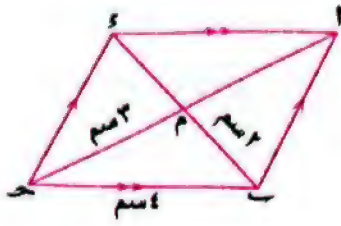
$\therefore \angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

، $\angle A = 60^\circ = \angle B = \angle C$ (المطلوب ثانياً)

، محيط متوازي الأضلاع $ABCD = 2 \times (AB + BC) = 2 \times (8 + 6)$

، (المطلوب ثالثاً) $28 = 2 \times 14$ سم

مثال ٢



في الشكل المقابل :

١ ب ح د متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م

فإذا كان : ب ح د = ٤ سم ، ب م = ٢ سم ، م ح د = ٣ سم

أوجد : محيط $\triangle م د$

الحل

المعطيات ١ ب ح د متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م ، ب ح د = ٤ سم ، ب م = ٢ سم

، م ح د = ٣ سم

المطلوب إيجاد : محيط $\triangle م د$

البرهان ١ ب ح د متوازي أضلاع

$\therefore م د = ب ح د = ٤ سم$ (ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع)

، \therefore القطران ينصف كل منهما الآخر

$\therefore م د = ب م = ٢ سم$ ، $م ح د = ٣ سم$

\therefore محيط $\triangle م د = م د + م ح د + م ب م = ٤ + ٣ + ٢ = ٩ سم$ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

في الشكل المقابل :

١ ب ح د متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م

فإذا كان : ب ح د = ٥ سم ، م ح د = ٣ سم

، م د = ٢ سم ، $\angle م د ب = ١٢٧^\circ$ أكمل ما يأتي :

١ ب م = سم ، م د = سم

٢ $\angle م د ب = \angle م د ح$ ، $\angle م د ب = \angle م د ح$ ، $\angle م د ب = \angle م د ح$

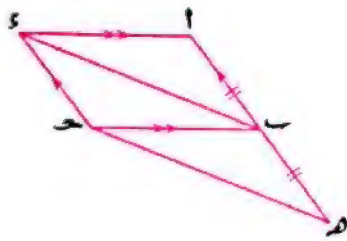
٣ محيط متوازي الأضلاع ١ ب ح د = سم

متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع ؟

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تحققت إحدى الحالات الآتية

إذا تساوى فيه قياسا كل زاويتين متقابلتين.	إذا نصف القطران كل منهما الآخر.	إذا توازى ضلعان متقابلان فيه وتساويا في الطول.	إذا تساوى فيه طول كل ضلعين متقابلين.	إذا توازى فيه كل ضلعين متقابلين.

مثال ٣



في الشكل المقابل :

١ ب ح و متوازي أضلاع

، $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CH}$ بحيث $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CH}$

أثبت أن : ب ه ح و متوازي أضلاع.

الحل

المعطيات : ١ ب ح و متوازي أضلاع ، $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CH}$

المطلوب : إثبات أن : ب ه ح و متوازي أضلاع.

البرهان : ١ ب ح و متوازي أضلاع $\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CH}$

(١) $\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CH}$ (معطى) $\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CH}$

(٢) $\therefore \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CH}$ ، $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CH}$ $\therefore \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CH}$

من (١) ، (٢) : $\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CH}$ ، $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CH}$

\therefore ب ه ح و متوازي أضلاع. (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي تقاطع قطراه في م

، $\overline{أ ب} \parallel \overline{ح د}$ ، $\angle م = 58^\circ$ ،، $\angle م = 32^\circ$ ، $\angle م = 26^\circ$ ،

أكمل البرهان التالي لإثبات أن : الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.

المعطيات

المطلوب

البرهان

∴ $\angle م = \angle م$ ∴ $\angle م = \angle م - 180^\circ = \dots\dots\dots$ ∴ في $\triangle م ح د$:∴ $\angle م = (\angle م + \angle م) - 180^\circ = \dots\dots\dots$ ∴ $\angle م = \angle م = \dots\dots\dots$ وهما في وضع∴ $\dots\dots\dots \parallel \dots\dots\dots$ ∴ $\dots\dots\dots \parallel \dots\dots\dots$ (معطى)

∴ الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.

(وهو المطلوب)

تمارين 3

على متوازي الأضلاع وخواصه



اختبار
تفاعلي

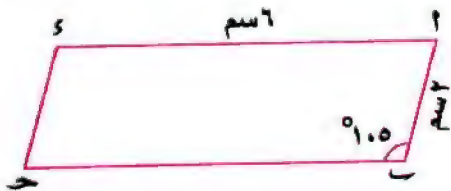
أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تذكر • فهم • تطبيق

1 أكمل ما يأتي :

- 1 في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين و
- 2 في متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلتين
- 3 في متوازي الأضلاع كل زاويتين متتاليتين
- 4 في متوازي الأضلاع القطران
- 5 الشكل الرباعي الذي فيه ضلعان فقط متوازيان يُسمى
- 6 يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا (اكتب إجابة واحدة)
- 7 $\angle A = 70^\circ$ متوازي أضلاع فيه : $\angle D = ?$ يكون : $\angle C = ?$ °
- 8 في متوازي الأضلاع $AB \parallel CD$ و $AD \parallel BC$ إذا كان : $\angle A = 110^\circ$ و $\angle C = ?$ °



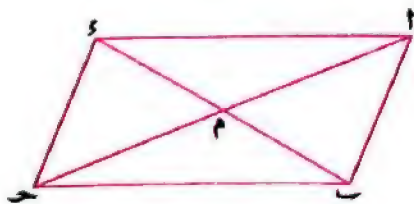
2 في الشكل المقابل :

$\angle A = 110^\circ$ متوازي أضلاع فيه :

$AB = 6$ سم ، $AD = 4$ سم

، $\angle C = ?$ أكمل ما يأتي :

- 1 $\angle B = ?$ سم ، $\angle D = ?$ سم
- 2 $\angle A = 110^\circ$ ، $\angle C = ?$ ، $\angle B = ?$ ، $\angle D = ?$
- 3 محيط متوازي الأضلاع $ABCD = ?$ سم



« 6.2 سم »

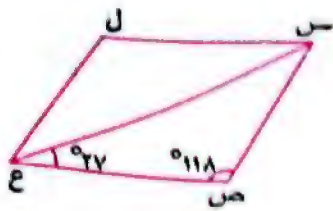
3 في الشكل المقابل :

$\angle A = 110^\circ$ متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م

فإذا كان : $\angle A = 110^\circ$ ، $\angle C = ?$ سم ، $\angle B = ?$ سم

، $\angle D = ?$ سم

فاحسب : محيط المثلث AEM



٤ في الشكل المقابل :

س ص ع ل متوازي أضلاع ، س ع قطر فيه

$$\text{و } (د ص) = 118^\circ , \text{ و } (د س ع ص) = 27^\circ ,$$

احسب :

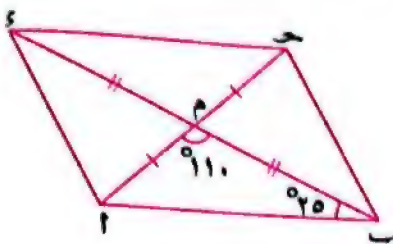
$$\boxed{1} \text{ و } (د ص س ع)$$

$$\boxed{1} \text{ و } (د ص س ع)$$

$$\boxed{4} \text{ و } (د ل)$$

$$\boxed{2} \text{ و } (د ل س ع)$$

$$118^\circ , 27^\circ , 25^\circ , 25^\circ$$



٥ في الشكل المقابل :

٢ ح د شكل رباعي تقاطع قطراه في م

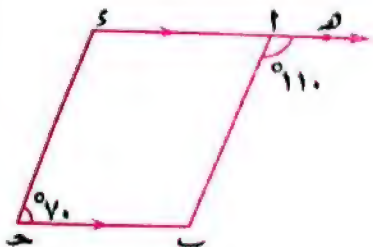
$$م = م , م = م ,$$

$$\text{و } (د م ٢ م) = 110^\circ , \text{ و } (٢ م م) = 25^\circ ,$$

٢ أوجد : و (د ٢ ح د)

١ أثبت أن : الشكل ٢ ح د متوازي أضلاع.

$$45^\circ$$



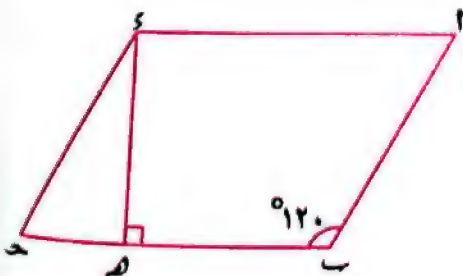
٦ في الشكل المقابل :

٢ ح د شكل رباعي فيه :

$$\overline{SE} \parallel \overline{H}, \overline{SE} \supseteq \overline{H}$$

$$\text{و } (د ٢ م) = 110^\circ , \text{ و } (د م ح) = 70^\circ ,$$

أثبت أن : الشكل ٢ ح د متوازي أضلاع.



٧ في الشكل المقابل :

٢ ح د متوازي أضلاع فيه :

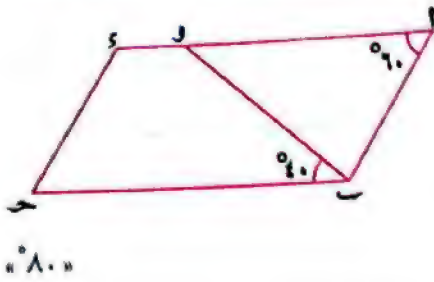
$$\text{و } (د) = 120^\circ$$

$$\{م\} = \overline{SE} \cap \overline{HL} \text{ حيث } \overline{SE} \perp \overline{HL}$$

أوجد : و (د م ح)

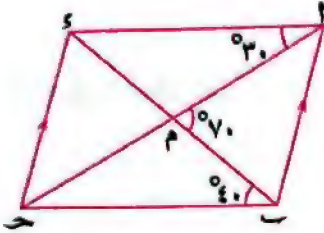
$$20^\circ$$

في الشكل المقابل :



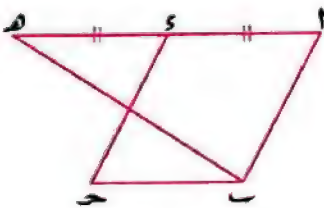
أ ب ح د متوازي أضلاع فيه : $\angle BAC = 60^\circ$ ،
 $\angle DAC = 40^\circ$ حيث $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$
 أوجد : $\angle ADB$ و $\angle BDC$

في الشكل المقابل :



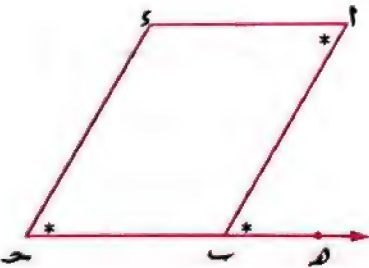
أ ب ح د // \overline{AC} ، $\overline{BD} \cap \overline{AC} = \{M\}$
 $\angle BAC = 30^\circ$ ، $\angle DAC = 40^\circ$ ،
 $\angle MDC = 70^\circ$ ،
 برهن أن : الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.

في الشكل المقابل :



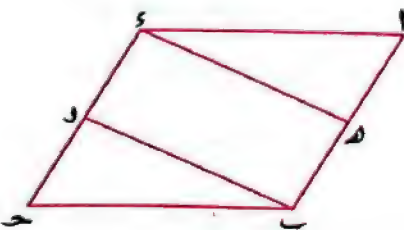
أ ب ح د متوازي أضلاع
 $\overline{AC} \cap \overline{BD} = E$ بحيث E هي منتصف \overline{AC} و \overline{BD}
 أثبت أن : $\overline{EG} = \overline{FH}$ ، $\overline{AG} = \overline{BH}$ ينصف كل منهما الآخر.

في الشكل المقابل :



أ ب ح د شكل رباعي
 $\overline{AC} \cap \overline{BD} = E$ ،
 $\angle BAC = \angle DAC$ ، $\angle CBD = \angle ABD$
 أثبت أن : الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.

في الشكل المقابل :



أ ب ح د متوازي أضلاع
 $\overline{AC} \cap \overline{BD} = E$ ، و منتصف \overline{AC} ،
 أثبت أن : الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.

١٣

في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع ، $\overline{AC} \equiv \overline{BD}$

بحيث $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$ متساوي الأضلاع

أثبت أن : $\angle A = \angle B$

ثم أوجد : $\angle AOC$ ، $\angle BOD$ ، $\angle AOD$ ، $\angle BOC$



١٢٠ ، ٦٠

١٤

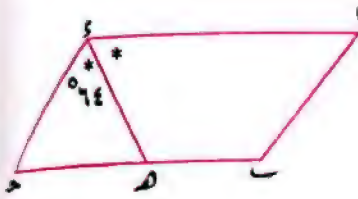
في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع فيه :

$\overline{AC} \equiv \overline{BD}$ ، \overline{AC} ينصف \overline{BD} في ح

، $\angle AOC = 64^\circ$

احسب : $\angle AOB$ ، $\angle BOC$ ، $\angle AOD$ ، $\angle BOC$



١١٦ ، ١٢٨

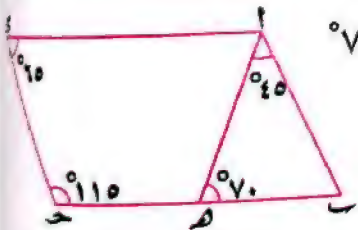
١٥

في الشكل المقابل :

$\overline{AC} \equiv \overline{BD}$ ، $\angle AOC = 45^\circ$ ، $\angle AOB = 70^\circ$

، $\angle AOD = 65^\circ$ ، $\angle BOC = 110^\circ$

برهن أن : الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.



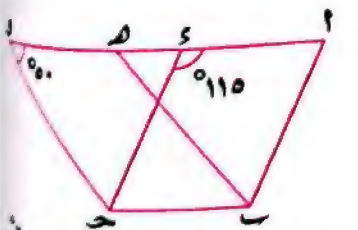
١٦

في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع

، $\angle AOC = 50^\circ$ ، $\angle AOB = 110^\circ$

احسب : $\angle AOD$ ، $\angle BOC$



١٥٠

١٧

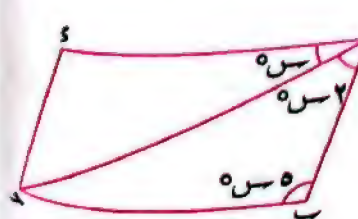
في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع حيث :

$\angle AOC = 2\angle AOB$ ، $\angle AOD = 5\angle AOB$

، $\angle AOB = 5\angle AOC$

احسب بالدرجات قيمة كل من : $\angle AOB$ ، $\angle AOC$ ، $\angle AOD$ ، $\angle BOC$



١١٢ ، ٦٧ ، ٥٠

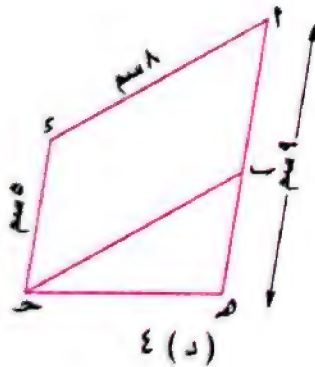
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١١ إذا كان $\angle A$ متوازي أضلاع فيه : $\angle D = 50^\circ$ ، فإن : $\angle C = \dots$
 (أ) 50° (ب) 60° (ج) 130° (د) 150°

١٢ إذا كان $\angle A$ متوازي أضلاع فيه : $\angle D = 140^\circ$ ، فإن : $\angle B = \dots$
 (أ) 70° (ب) 40° (ج) 110° (د) 220°

١٣ إذا كان طولاً ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع هما ٣ سم ، ٥ سم فإن محيط هذا المتوازي يساوي سم
 (أ) ١٢ (ب) ١٤ (ج) ١٦ (د) ١٨

١٤ إذا كان محيط متوازي أضلاع ٢٥ سم ، وطول أحد أضلاعه ٧ سم فإن طول الضلع المجاور لهذا الضلع يساوي سم
 (أ) ٧ (ب) ١٨ (ج) ١٢,٥ (د) ٥,٥



١٥ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\angle A$ متوازي أضلاع
 $\angle A = 9^\circ$ ، $\angle B = 5^\circ$ ، $\angle C = 18^\circ$ ،
 فإن : طول \overline{AD} = سم
 (أ) ٨ (ب) ٦ (ج) ٥

للمتفوقين

١٦ إذا كان $\angle A$ متوازي أضلاع فيه : $\angle A$ منتصف \overline{BC} ، و $\angle B$ منتصف \overline{AC} ، فإن : $\angle C = \dots$
 (أ) 90° (ب) 180° (ج) 270° (د) 360°

١٧ إذا كان : $\angle A$ و $\angle B$: $\angle A = 135^\circ$ ، $\angle B = 45^\circ$ ، فإن : $\angle C = \dots$



درسنا في الدرس السابق أن متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، ويتحقق هذا الشرط أيضاً في كل من **المستطيل** و **المعين** و **المربع** ولذلك نقول إن كلاً من المستطيل والمعين والمربع هو متوازي أضلاع وله جميع خواص متوازي الأضلاع التي سبق ذكرها في الدرس السابق بالإضافة إلى بعض الخواص الأخرى الخاصة بكل شكل ، وفي هذا الدرس سنتناول كل شكل من الأشكال الثلاثة على حدة.

١ المستطيل

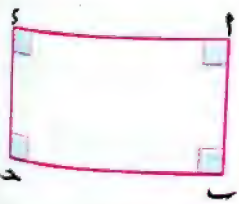
المستطيل هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة.

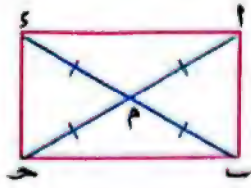
خواص المستطيل

المستطيل له جميع خواص متوازي الأضلاع بالإضافة للخواص الآتية :

١ زواياه الأربع متساوية في القياس، وقياس كل منها 90°

$$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$$





٢ قطراه متساويان في الطول. $س = ح$

وحيث إن القطرين ينصف كل منهما الآخر فإن :

$$م س = م ح = م ب = م د$$

$$\text{محيط المستطيل} = (\text{الطول} + \text{العرض}) \times ٢$$

٢ المعين

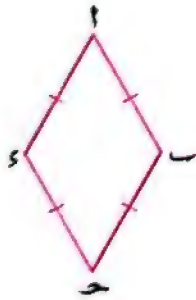


المعين هو متوازي أضلاع فيه

ضلعان متجاوران متساويان في الطول.

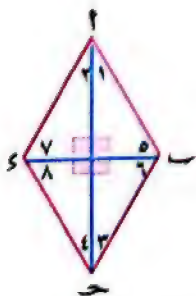
خواص المعين

المعين له جميع خواص متوازي الأضلاع بالإضافة للخواص الآتية :



١ أضلاعه الأربعة متساوية في الطول.

$$س = ح = ب = د$$



٢ قطراه متعامدان وينصفان زواياه الداخلة.

$$س \perp ح$$

$$\angle ١ = \angle ٢ = \angle ٣ = \angle ٤$$

$$\angle ٥ = \angle ٦ = \angle ٧ = \angle ٨$$

$$\text{محيط المعين} = \text{طول ضلعه} \times ٤$$

٣ المربع



المربع هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول.

خواص المربع

المربع له جميع خواص متوازي الأضلاع بالإضافة للخواص الآتية :



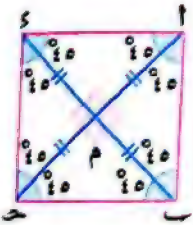
١ أضلاعه الأربعة متساوية في الطول.

$$a = b = c = d$$



٢ زواياه الأربع متساوية في القياس وقياس كل منها 90° .

$$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$$



٣ قطراه متساويان في الطول ، ومتعامدان ، وينصف كل منهما زاويتي الرأسين الواصل بينهما إلى زاويتي قياس كل منهما 45° .

$$a = b = c = d \text{ وبالتالي : } a = b = c = d$$

$$a \perp b$$

$$\text{محيط المربع} = \text{طول ضلعه} \times 4$$

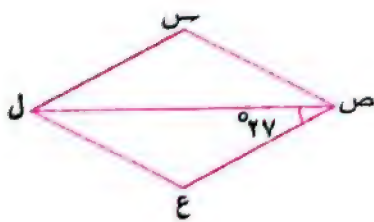
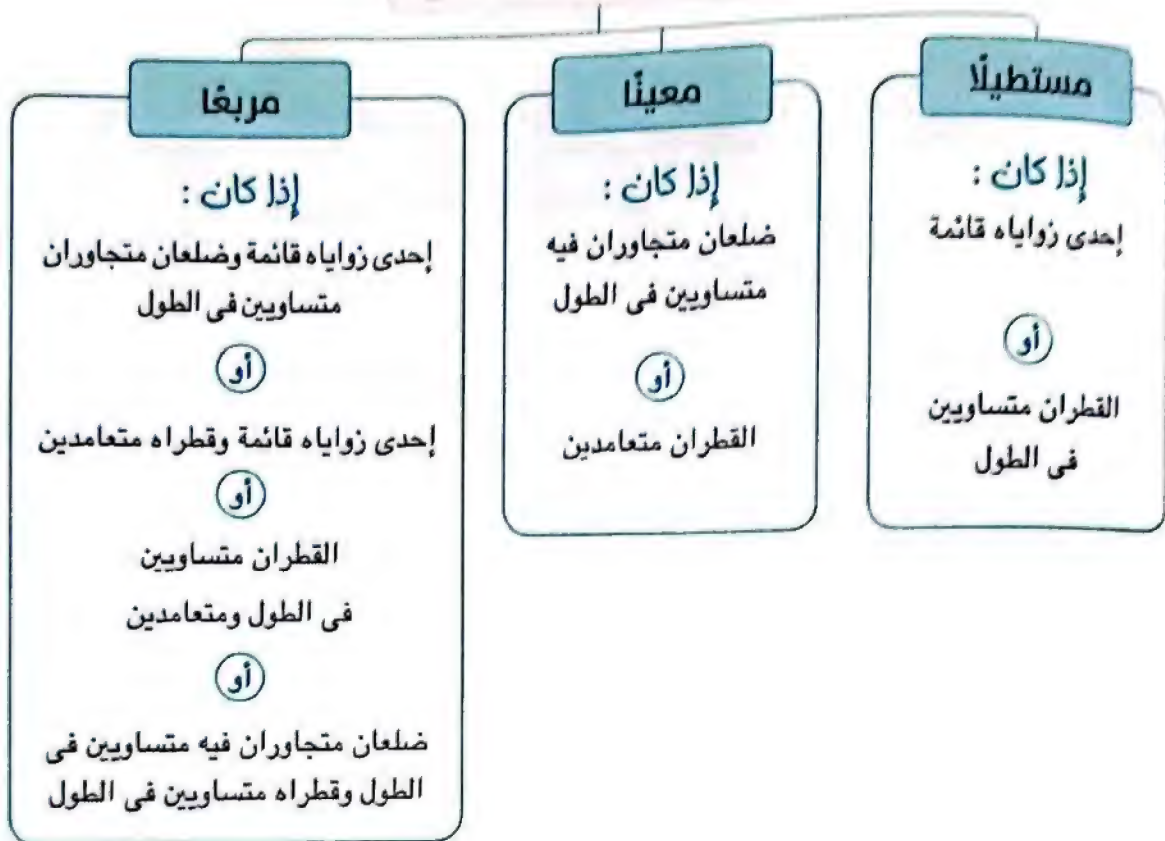
ملاحظة !

يمكن تعريف المربع على أنه :

- ١ مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول.
- ٢ مستطيل قطراه متعامدان.
- ٣ معين إحدى زواياه قائمة.
- ٤ معين قطراه متساويان في الطول.

الهدف أنه : لإثبات أن الشكل الرباعي مستطيل أو معين أو مربع نثبت أولاً أن :
هذا الشكل متوازي أضلاع كما درسنا في الدرس السابق ثم :

يكون متوازي الأضلاع



مثال ١

في الشكل المقابل :

س ص ع ل معين فيه : $\angle (د ل ص ع) = 27^\circ$

احسب قياسات زوايا المعين س ص ع ل

الحل

المعطيات | س ص ع ل معين فيه : $\angle (د ل ص ع) = 27^\circ$

المطلوب | إيجاد : $\angle (د س ص ع)$ ، $\angle (د س ل ع)$ ، $\angle (د س س)$ ، $\angle (د ع)$

البرهان

$\therefore \overline{ص ل}$ قطر في المعين $س ص ع ل$ $\therefore \overline{ص ل}$ ينصف $د س$ $ص ع$

$$\therefore \angle (د س ص ع) = 2 \times 27^\circ = 54^\circ$$

، \therefore كل زاويتين متقابلتين في المعين متساويتان في القياس.

$$\therefore \angle (د س ل ع) = 54^\circ$$

، \therefore المعين حالة خاصة من متوازي الأضلاع.

\therefore كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

$$\therefore \angle (د ل س ص) + \angle (د س ص ع) = 180^\circ$$

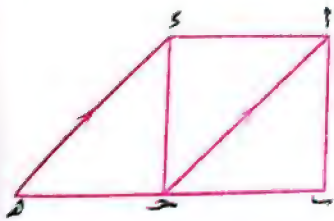
$$\therefore \angle (د ل س ص) + 54^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle (د ل س ص) = 126^\circ$$

$$\therefore \angle (د ل ع ص) = 126^\circ \quad (\text{وهو المطلوب})$$

(حاول حل هذا المثال بطريقة أخرى باستخدام خواص المعين)

مثال ٢

في الشكل المقابل :



١ $ABCD$ مربع ، رسم $BE \perp AC$ ليقطع AC في E

٢ أثبت أن : $BE = EC$ أوجد : $\angle (د أ ع)$

الحل

المعطيات $ABCD$ مربع ، $BE \perp AC$

المطلوب ١ إثبات أن : $BE = EC$ ٢ إيجاد : $\angle (د أ ع)$

البرهان $\therefore AC \parallel AC$ (ضلعان متقابلان في المربع) ، $BE \perp AC$

$\therefore AC \parallel BE$ ، $\therefore BE \perp AC$ (معطى)

\therefore الشكل $ABCE$ متوازي أضلاع. $\therefore BE = EC$

لكن $BE = EC$ (ضلعان متقابلان في المربع) $\therefore BE = EC$ (المطلوب أولاً)

∴ $\overline{أح}$ قطر في المربع.

∴ $\angle (أح د) = 90^\circ$ ،

∴ $\overline{أح} // \overline{د ه} ، \overline{أح} // \overline{د ه}$ قاطع لهما.

∴ $\angle (أح د) = \angle (أح د) = 90^\circ$ (بالتبادل)

∴ $\angle (أح د) = 90^\circ$ (من خواص المربع)

∴ $\angle (أح د) = \angle (أح د) + \angle (أح د) = 180^\circ$

$135^\circ = 90^\circ + 45^\circ =$

(المطلوب ثانياً)

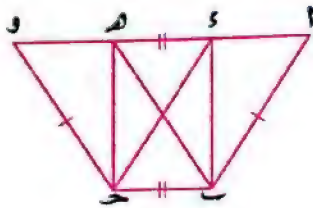
مثال ٣

في الشكل المقابل :

$أ ب ح د$ ، $هـ ب ح د$ متوازي أضلاع

، $هـ د$ تنتمي إلى $أ و$ ، $أ ب = و ح$ ، $ب ح = د هـ$

أثبت أن : الشكل $د ب ح هـ$ مستطيل



الحل

المعطيات $أ ب ح د$ ، $هـ ب ح د$ متوازي أضلاع ، $أ ب = و ح$ ، $ب ح = د هـ$

المطلوب إثبات أن : الشكل $د ب ح هـ$ مستطيل.

البرهان

∴ $أ ب ح د$ متوازي أضلاع.

∴ $هـ د$ ، $هـ د$ تنتمي إلى $أ و$

∴ $د هـ = ب ح$

∴ $أ ب ح د$ متوازي أضلاع.

∴ $هـ ب ح د$ متوازي أضلاع.

ولكن $أ ب = و ح$

∴ $د ب ح هـ$ متوازي أضلاع فيه القطران متساويان في الطول

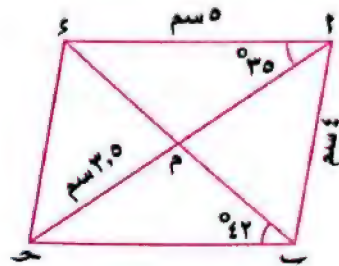
∴ $د ب ح هـ$ مستطيل.

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

بالاستعانة بالمعطيات في كل شكل أكمل المطلوب أسفل كل شكل حيث م
هي نقطة تقاطع القطرين في كل شكل.

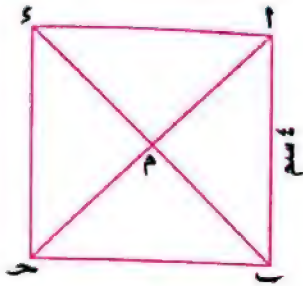
١ متوازي أضلاع



• محيط $\Delta 1 م ح =$ سم

• $\angle (د م ب) =$ °

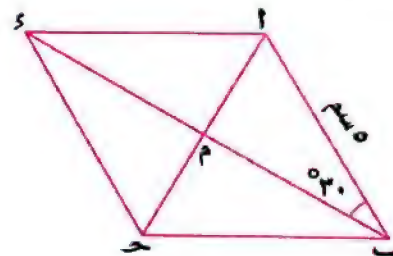
٢ مربع



• محيط المربع = سم

• $\angle (د ب ح) =$ °

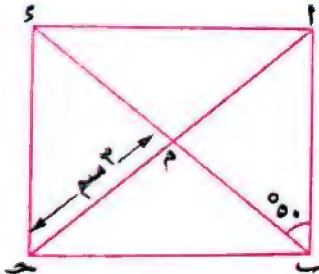
٣ معين



• $\angle 1 =$ سم

• $\angle (د ب م) =$ °

٤ مستطيل



• $\angle 1 =$ سم

• $\angle (د م ح) =$ °

تمارين 4

على متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيقات

مفاهيم

تذكر

أكمل ما يأتي :

١. متوازي الأضلاع الذي قطراه متعامدان يكون
٢. متوازي الأضلاع الذي قطراه يُسمى مستطيلاً.
٣. متوازي الأضلاع الذي قطراه متساويان في الطول ومتعامدان يُسمى
٤. الشكل الرباعي الذي أضلاعه متساوية في الطول يُسمى
٥. الشكل الرباعي الذي قطراه ينصف كل منهما الآخر يُسمى
٦. المستطيل هو إحدى زواياه قائمة.
٧. المعين هو قطراه متعامدان.
٨. المربع هو إحدى زواياه قائمة.
٩. المعين الذي قطراه متساويان في الطول يُسمى
١٠. المستطيل الذي قطراه متعامدان يُسمى
١١. المستطيل الذي فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول يُسمى
١٢. إذا كان : $\overline{صص} // \overline{عع}$ ، $\overline{صص} = \overline{عع}$ فإن الشكل الرباعي $صصعع$ ل يُسمى
١٣. إذا كان : $\angle ب ح د$ معيناً فإن : \perp
١٤. محيط المربع = ، محيط المستطيل = ، محيط المعين =
١٥. المعين الذي محيطه ٤٢ سم يكون طول ضلعه = سم

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١. قطرا المستطيل
 - (أ) متعامدان.
 - (ب) متساويان في الطول.
 - (ج) متساويان في الطول ومتعامدان.
 - (د) ينصفان زواياه الداخلة.

٢ • قطرا المعين

- (أ) متعامدان وغير متساويين في الطول. (ب) متساويان في الطول وغير متعامدين.
(ج) متعامدان ومتساويان في الطول. (د) غير متساويين في الطول وغير متعامدين.

٣ • قطرا المربع

- (أ) متعامدان فقط. (ب) متساويان في الطول فقط.
(ج) متعامدان ومتساويان في الطول. (د) غير متساويين في الطول وغير متعامدين.

٤ • إذا تساوى طولاً ضلعين متجاورين في متوازي الأضلاع كان الشكل

- (أ) مربعاً. (ب) معيناً. (ج) مستطيلاً. (د) شبه منحرف.

٥ • إذا كان $\angle A = 100^\circ$ مستطيلاً فيه $\angle B = 50^\circ$ فإن $\angle C = \dots$ سم

- (أ) 20° (ب) 50° (ج) 100° (د) 120°

٦ • إذا كان $\angle A = 100^\circ$ مربعاً فإن $\angle B = \dots$

- (أ) 90° (ب) 45° (ج) 60° (د) 30°

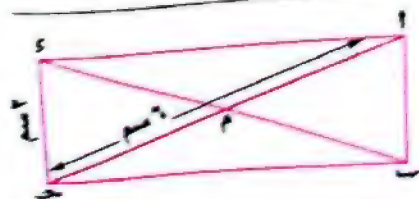
٧ • إذا كان $\angle A = 100^\circ$ متوازي أضلاع فيه $\angle B = 50^\circ$ فإن $\angle C = \dots$

- (أ) مستطيل. (ب) معين. (ج) مربع. (د) شبه منحرف.

٨ • إذا كان $\angle A = 100^\circ$ معيناً فيه $\angle B = 50^\circ$ فإن $\angle C = \dots$

- (أ) 32° (ب) 64° (ج) 116° (د) 26°

٩ • في الشكل المقابل :



$\angle A = 100^\circ$ مستطيل ، $\angle B = 50^\circ$ سم

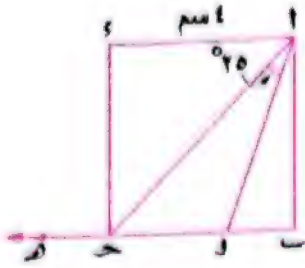
، $\angle C = 100^\circ$ سم ، $\angle D = 50^\circ$ سم نقطة تقاطع القطرين.

أكمل ما يأتي : ١ $\angle A = \dots$ سم

٢ $\angle B = \dots$ سم

٣ محيط $\triangle ABC = \dots$ سم

٤ في الشكل المقابل :



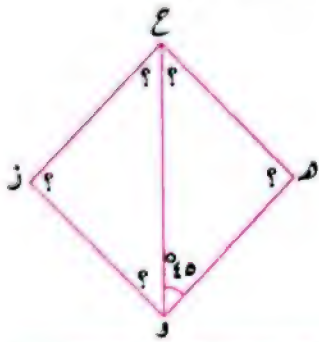
ا ح د مربع طول ضلعه ٤ سم ، و \exists ح ح
بحيث و (د و ا ح) = 25° ، هـ \exists ح ح أكمل ما يأتي :

١ محيط المربع = سم

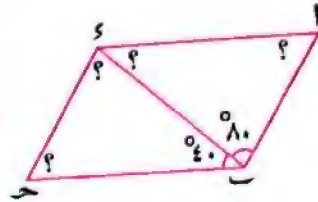
٢ و (د ا ح هـ) = $^\circ$

٣ و (د ا و ح) = $^\circ$

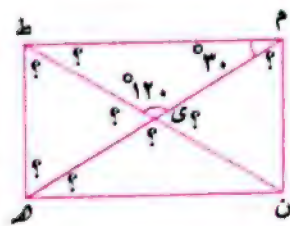
٥ عين قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة (?) في كل شكل من الأشكال الآتية :



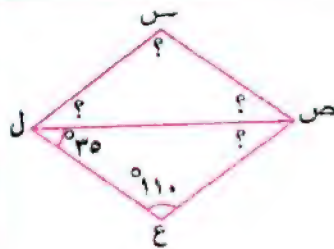
شكل (٢)
مربع



شكل (١)
متوازي أضلاع

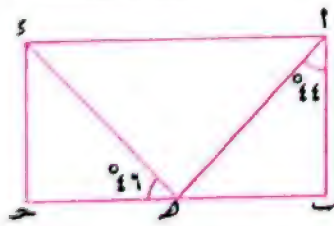


شكل (٤)
مستطيل



شكل (٣)
معين

٦ في الشكل المقابل :

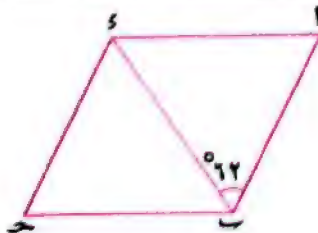


« ٨٨ »

ا ح د مستطيل ، هـ \exists ح ح

بحيث و (د هـ ح) = 46° ، و (د ا هـ) = 44°

فاحسب : و (د ا هـ)



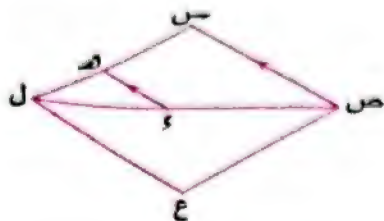
« ٥٦ »

٧ في الشكل المقابل :

ا ح د معين ، س قطر فيه

و (د ا س) = 62° ،

أوجد بالبرهان : و (د ا)

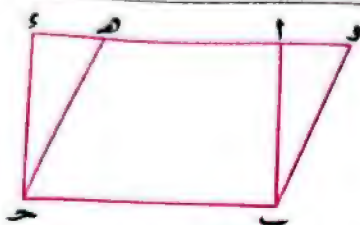


٨ في الشكل المقابل :

س ص ع ل معين ، \exists د \in ص ل

، رسم د ه // ص س ويقابل س ل في ه

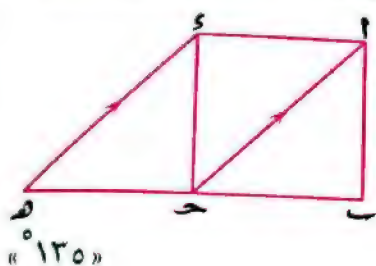
أثبت أن : \angle (د ه ل) = \angle (د ه ع)



٩ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل ، و ب ح د متوازي أضلاع.

أثبت أن : \angle و = \angle د ه

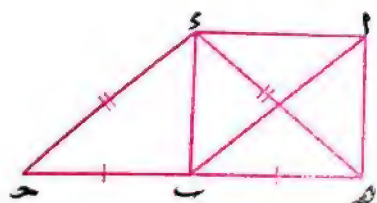


١٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع ، ه \in ب ح ، \angle ا ح د // د ه

١ أثبت أن : ا ح د متوازي أضلاع.

٢ أوجد : \angle (د ا ح)

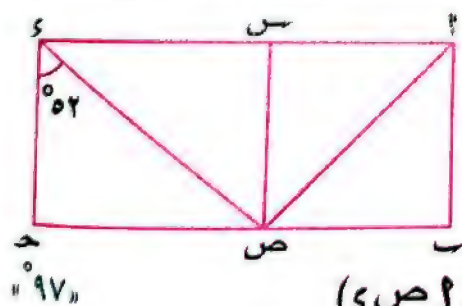


١١ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع

، ه \in ب ح بحيث ب ه = ب ح

فإذا كان د ه = ح د أثبت أن : الشكل أ ب ه د مستطيل.

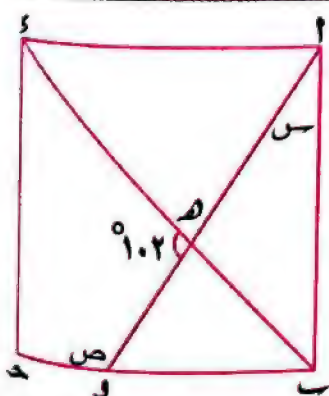


١٢ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل ، س \in ا د ، ص \in ب ح

بحيث يكون الشكل أ س ص ب مربعاً

فإذا كان : \angle (د ص ع) = \angle (د ص ل) فأوجد بالبرهان : \angle (د ا ص)



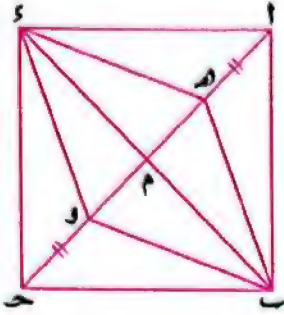
١٣ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع.

أوجد بالدرجات قيمة كل من : س ، ص

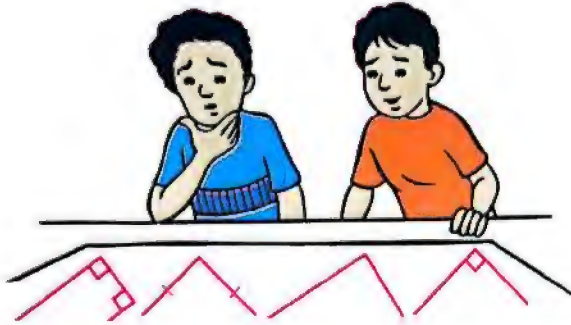
« ١٢٣ ، ٣٣ »

١٤ في الشكل المقابل :



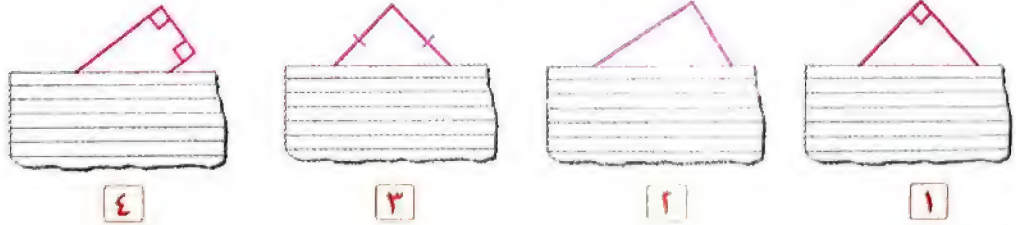
أ ب ح د مربع تقاطع قطراه في م
، م \exists أ ح ، و \exists أ ح بحيث م = ح و
اثبت أن : الشكل م ب و د معين.

للمتفوقين



١٥ قام إسلام برسم متوازي أضلاع ، معين ،
مستطيل ، مربع ثم قام بإخفاء أجزاء منهم
كما بالشكل المقابل وطلب من صديقه باسم
التعرف على كل شكل.

ساعد باسم في وضع اسم كل شكل أسفل الشكل المرسوم.



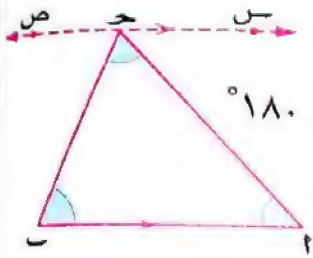
١٦ استخدم (بعض) أو (كل) لتحصل على عبارة صحيحة :

- | | |
|------------------------------------|--|
| ١ المربعات مستطيلات. | ٢ الأشكال الرباعية متوازيات أضلاع. |
| ٣ المربعات معينات. | ٤ متوازيات الأضلاع مستطيلات. |
| ٥ المستطيلات متوازيات أضلاع. | |
| ٦ المعينات مربعات. | |



نظرية ١

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوي 180°



المعطيات ١ ب ح مثلث

المطلوب إثبات أن : $1 + 2 + 3 = 180^\circ$

العمل نرسم $\overleftrightarrow{صص} // \overline{أب}$ ويمر بنقطة ح

البرهان $\therefore \angle د ح ص$ زاوية مستقيمة.

$$\therefore \angle د ح ص = \angle د ح ١ + \angle د ح ٢ + \angle د ح ٣ = 180^\circ$$

$$\therefore \overleftrightarrow{صص} // \overline{أب}$$

$$\therefore \angle د ح ١ = \angle ١ \text{ (بالتبادل)}$$

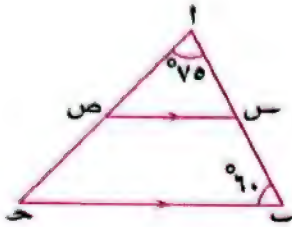
$$\angle د ح ٢ = \angle ٢ \text{ (بالتبادل)}$$

$$\therefore \angle د ح ٣ = \angle ٣ \text{ (بالتبادل)}$$

(وهو المطلوب)

مثال ١

في الشكل المقابل :



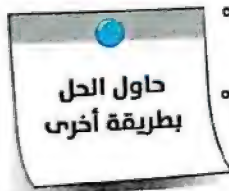
أ ب ح مثلث فيه : $\angle ADE = 75^\circ$ ، $\angle ABC = 60^\circ$ ،
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\angle ADE = 75^\circ$ ، $\angle ABC = 60^\circ$ ،
 أوجد : $\angle AED$ (د ص س)

الحل

المعطيات $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\angle ADE = 75^\circ$ ، $\angle ABC = 60^\circ$

المطلوب إيجاد : $\angle AED$ (د ص س)

البرهان $\therefore \angle ADE = 75^\circ$ ، $\angle ABC = 60^\circ$ (معطيات)



، \therefore مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث $\angle ADE = 180^\circ$ ،

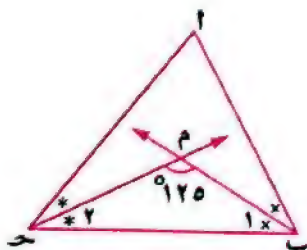
$\therefore \angle AED = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ = (75^\circ + 60^\circ) - 180^\circ = 45^\circ$ ،

، $\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، \overleftrightarrow{AC} قاطع لهما .

$\therefore \angle AED = 45^\circ = (د ص س) = (د ح) = 45^\circ$ (بالتناظر) (وهو المطلوب)

مثال ٢

في الشكل المقابل :



\overline{AD} ينصف \overline{BC} ، \overline{BE} ينصف \overline{AC} ،

، $\angle BMD = 125^\circ$ ،

أوجد : $\angle ADE$ (د)

الحل

المعطيات \overline{AD} ينصف \overline{BC} ، \overline{BE} ينصف \overline{AC} ، $\angle BMD = 125^\circ$ ،

المطلوب إيجاد : $\angle ADE$ (د)

البرهان \therefore مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث م ب ح = 180°

$$\therefore \angle (د ب ح) = 125^\circ$$

$$\therefore \angle (أ د ح) + \angle (أ ب د) = 125^\circ - 180^\circ = 55^\circ$$

$$\text{لكن: } \angle (أ ب د) = 2 \angle (أ د ح), \angle (أ د ح) = 2 \angle (أ ب د)$$

$$\therefore \angle (أ ب د) + \angle (أ د ح) = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$$

$$\therefore \text{مجموع قياسات زوايا المثلث أ ب ح} = 180^\circ$$

$$\therefore \angle (أ ب ح) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

$$\overleftrightarrow{س د} \cap \overleftrightarrow{أ ب} = \{ح\}, \overleftrightarrow{أ ب} \parallel \overleftrightarrow{س ح}$$

$$\angle (أ ب د) = 65^\circ, \angle (د ب ح) = 55^\circ$$

أكمل البرهان التالي لإيجاد قياسات زوايا المثلث أ ب ح

المعطيات

المطلوب

البرهان

$$\therefore \overleftrightarrow{س د} \cap \overleftrightarrow{أ ب} = \{ح\} \text{ (معطى)}$$

$$\therefore \angle (أ ب ح) = \angle (أ د ح) = (\dots\dots\dots)^\circ \text{ (ب } \dots\dots\dots)$$

$$\therefore \overleftrightarrow{أ ب} \parallel \overleftrightarrow{س ح}, \overleftrightarrow{أ ب} \text{ قاطع لهما}$$

$$\therefore \angle (أ د ح) = \angle (د ب ح) = (\dots\dots\dots)^\circ \text{ (ب } \dots\dots\dots)$$

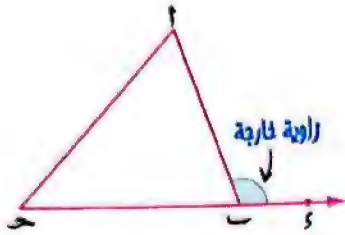
$$\therefore \text{مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة} = \dots\dots\dots^\circ$$

$$\therefore \angle (أ ب ح) = (\dots\dots\dots)^\circ - (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)^\circ = \dots\dots\dots^\circ$$

(وهو المطلوب)

الزاوية الخارجة للمثلث

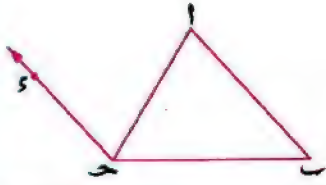
في الشكل المقابل :



إذا كان : $\angle 1$ ح مثلاً ، $\angle 2 \in \text{ح}$ ، $\angle 3 \notin \text{ح}$
فإن : $\angle 2$ تسمى زاوية خارجية للمثلث $\angle 1$ ح

لاحظ أن :

في الشكل المقابل :

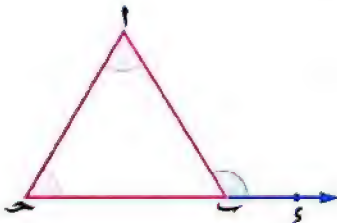


$\angle 1$ ح ليست زاوية عن $\triangle 1$ ح
لأن $\angle 1 \notin \text{ح}$

قياس الزاوية الخارجة للمثلث

قياس أى زاوية خارجة للمثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا قياس المجاورة لها.

ففى الشكل المقابل :



إذا كان : $\angle 1$ ح مثلاً ، $\angle 2 \in \text{ح}$ ، $\angle 3 \notin \text{ح}$

فإن : $\angle 2' = \angle 1 + \angle 3$

ويمكن إثبات ذلك كما يلي :

$$\because \angle 2' = \angle 1 + \angle 3 + \angle 2 \quad \therefore \angle 2' = \angle 1 + \angle 3 + \angle 2$$

$$\therefore \angle 2' = \angle 1 + \angle 3 + \angle 2$$

(وهو المطلوب)

$$\therefore \angle 2' = \angle 1 + \angle 3$$

لاحظ أن :

قياس الزاوية الخارجة للمثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلية للمثلث عدا المجاورة لها.

أى أنه فى الشكل السابق : $\angle 2' < \angle 1$ ، $\angle 2' < \angle 3$

مثال ٣



في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ، \overrightarrow{AD} ينصف $\angle BAC$ ، $\angle BAC = x^\circ$ بحيث $\angle CAD = 80^\circ$ ، $\angle BAC = x^\circ$ ، $\angle CAD = 150^\circ$ أوجد : ١ $\angle BAC$ و ٢ $\angle ABC$

الحل

المعطيات \overrightarrow{AD} ينصف $\angle BAC$ ، $\angle BAC = x^\circ$ ، $\angle CAD = 150^\circ$ المطلوب إيجاد : ١ $\angle BAC$ و ٢ $\angle ABC$ ٢ $\angle ABC$ البرهان $\therefore \angle CAD$ خارجة للمثلث أ ب ح

$$\therefore \angle CAD = \angle BAC + \angle ABC$$

$$\therefore 150^\circ = x^\circ + \angle ABC$$

$$\therefore \angle ABC = 150^\circ - x^\circ = 70^\circ \quad (\text{المطلوب أولاً})$$

، $\therefore \overrightarrow{AD}$ ينصف $\angle BAC$ (معطى)

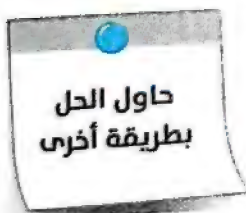
$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{x^\circ}{2} = 35^\circ$$

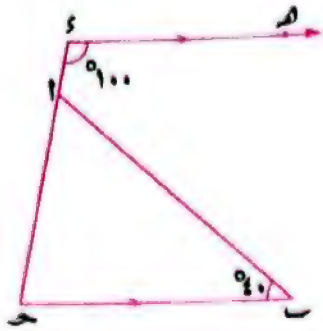
، $\angle ABC$ خارجة للمثلث أ ب ح

$$\therefore \angle ABC = \angle BAD + \angle CAD$$

$$115^\circ = 35^\circ + 80^\circ =$$

(المطلوب ثانياً)





في الشكل المقابل :

$$\overline{سح} \parallel \overline{هـح} , \overline{سح} \parallel \overline{هـح}$$

$$\angle د = ٤٠^\circ , \angle س = ١٠٠^\circ$$

أكمل البرهان التالي لإيجاد : $\angle د٢$

المعطيات

المطلوب

البرهان

$\therefore \overline{سح} \parallel \overline{هـح}$ ، قاطع لهما

$$\therefore \angle د + \angle س = \angle د٢ \text{ (داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)}$$

$$\therefore \angle د = \angle س$$

$$\therefore \angle د٢ = \angle د + \angle س$$

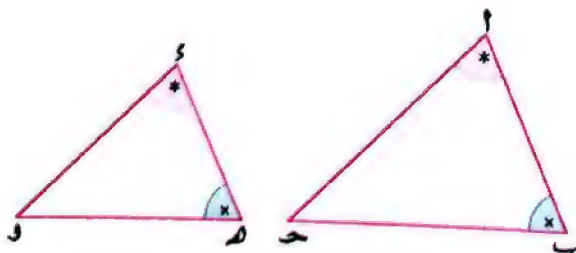
$\therefore \angle د٢$ خارجة للمثلث

$$\therefore \angle د٢ = \angle د + \angle س$$

$$= \angle د + \angle س = \angle د٢ \text{ (وهو المطلوب)}$$

ملاحظة ١

إذا ساوت زاويتان من مثلث زاويتين من مثلث آخر في القياس كان قياس الزاوية الثالثة من المثلث الأول مساوياً لقياس الزاوية الثالثة من المثلث الآخر.



ففي $\triangle ABC$ ، $\angle A = \angle D$ و $\angle B = \angle E$

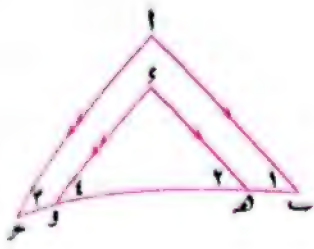
$$\text{إذا كان : } \angle C = \angle F$$

$$\angle A = \angle D , \angle B = \angle E$$

$$\text{فإن : } \angle C = \angle F$$

مثال ٤

في الشكل المقابل :



أ ب ح ، د ه و مثلثان ، $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ،
 $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ،
 أثبت أن : $\angle ADE = \angle BEC$ (د)

الحل

المعطيات $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ المطلوب إثبات أن : $\angle ADE = \angle BEC$ (د)البرهان $\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ قاطع لهما $\therefore \angle ADE = \angle BEC$ (د) (بالتناظر)، $\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ قاطع لهما $\therefore \angle ADE = \angle BEC$ (د) (بالتناظر) $\therefore \triangle ADE \sim \triangle BEC$ ، د ه وفيهما : $\angle ADE = \angle BEC$ ، $\angle AED = \angle ECB$ (د) $\therefore \angle ADE = \angle BEC$ (د) (وهو المطلوب)

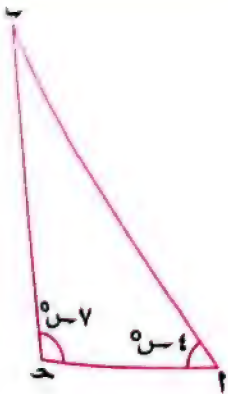
ملاحظة ٢

- إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث يساوى 90° فإن الزاوية الثالثة قائمة.
- إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث أقل من 90° فإن الزاوية الثالثة منفرجة.
- إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث أكبر من 90° فإن الزاوية الثالثة حادة.

مثال ٥

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : $\angle A = 40^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ،
 $\angle C = 70^\circ$ ،
 أثبت أن : د ح منفرجة.



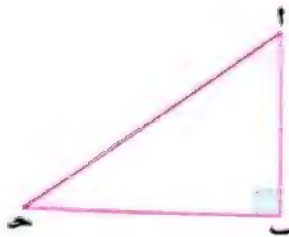
الحل

المعطيات
المطلوب
البرهان

و (د ١) = ٢ و (د ب) = ٤ س° ، و (د ح) = ٧ س°
إثبات أن : د ح منفرجة.
∴ ٢ و (د ب) = ٤ س° ∴ و (د ب) = ٢ س°
∴ و (د ١) + و (د ب) = ٤ س° + ٢ س° = ٦ س°
∴ و (د ح) = ٧ س° ، ∴ و (د ب) + و (د ١) > و (د ح)
∴ د ح منفرجة. (وهو المطلوب)

ملاحظة ٣

إذا ساوى قياس زاوية في مثلث مجموع قياسى الزاويتين الأخرين كان المثلث قائم الزاوية.



ففى الشكل المقابل :

إذا كان : ٢ ح مثلثاً فيه : و (د ١) + و (د ح) = و (د ب)

$$\text{فإن : و (د ب)} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

أى أن : Δ ٢ ح قائم الزاوية فى ب

مثال ٦

١ ح مثلث فيه : و (د ١) : و (د ب) : و (د ح) = ٢ : ٣ : ٥
أثبت أن المثلث ١ ح قائم الزاوية واذكر الزاوية القائمة.

الحل

المعطيات
المطلوب
البرهان

Δ ٢ ح فيه : و (د ١) : و (د ب) : و (د ح) = ٢ : ٣ : ٥
إثبات أن : Δ ٢ ح قائم الزاوية وذكر الزاوية القائمة.
∴ و (د ١) + و (د ب) يعادل ٥ أجزاء ، و (د ح) يعادل ٥ أجزاء
∴ و (د ١) + و (د ب) = و (د ح)
∴ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°
∴ و (د ١) + و (د ب) + و (د ح) = 180°
∴ و (د ١) + و (د ب) = و (د ح) = 90°
∴ Δ ٢ ح قائم الزاوية فى ح

(وهو المطلوب)



اختبر
تفاعلك



5

تمارين

على المثلث

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

تذكر

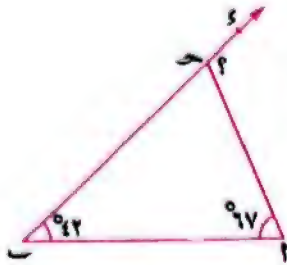
١ أكمل ما يأتي :

- ١ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث =
- ٢ قياس الزاوية الخارجة لأي مثلث يساوي مجموع
- ٣ إذا ساوى قياس زاوية في مثلث مجموع قياسى الزاويتين الأخرين كان المثلث
- ٤ إذا كان قياس زاوية في مثلث أكبر من مجموع قياسى الزاويتين الأخرين كان المثلث
- ٥ في ΔABC إذا كان : $\angle A = 40^\circ$ و $\angle B = 70^\circ$ فإن : $\angle C = \dots\dots\dots$
- ٦ في ΔABC إذا كان : $\angle A = 40^\circ$ و $\angle B = 70^\circ$ فإن : $\angle C = \dots\dots\dots$
- ٧ يمكن أن يكون قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة للمثلث مساوياً

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ يحتوى المثلث على زاويتين على الأقل.
 - (أ) حادتين (ب) منفرجتين (ج) قائمتين (د) منعكستين
- ٢ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوى قياس
 - (أ) زاوية قائمة. (ب) زاوية مستقيمة. (ج) زاوية حادة. (د) زاوية منعكسة.
- ٣ في ΔABC إذا كان : $\angle A = 50^\circ$ ، و $\angle C = 100^\circ$
 - فإن : $\angle B = \dots\dots\dots$
 - (أ) 30° (ب) 50° (ج) 80° (د) 100°
- ٤ في ΔABC إذا كان : $\angle A = 40^\circ$ و $\angle B = 110^\circ$ فإن : $\angle C = \dots\dots\dots$
 - (أ) 110° (ب) 90° (ج) 70° (د) 55°
- ٥ إذا كان قياسا زاويتين في مثلث 35° ، 45° كان المثلث
 - (أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية. (ج) منفرج الزاوية. (د) متساوى الأضلاع.
- ٦ قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رؤوس مثلث متساوى الأضلاع يساوى
 - (أ) 60° (ب) 120° (ج) 150° (د) 30°

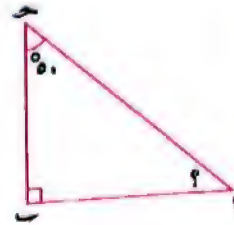
في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) :



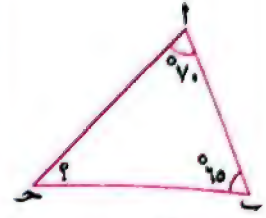
شكل (٤)



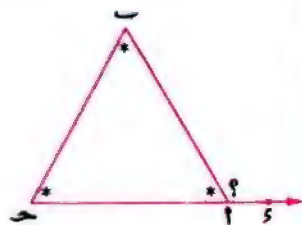
شكل (٣)



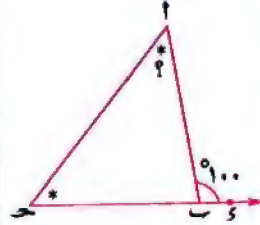
شكل (٢)



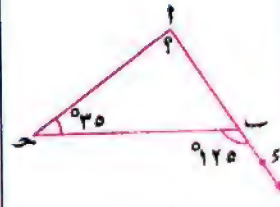
شكل (١)



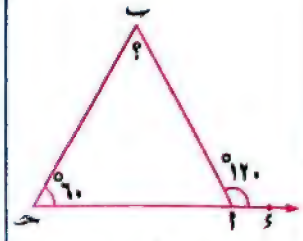
شكل (٨)



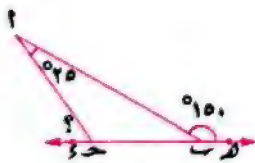
شكل (٧)



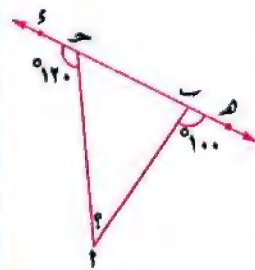
شكل (٦)



شكل (٥)



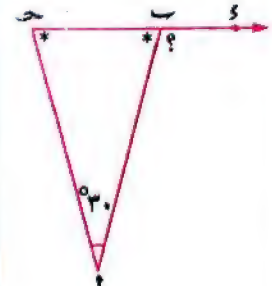
شكل (١٢)



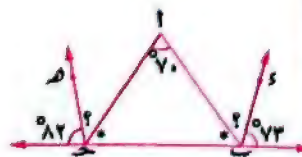
شكل (١١)



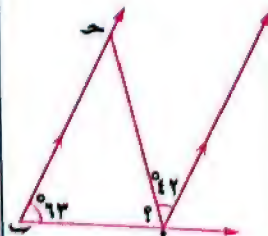
شكل (١٠)



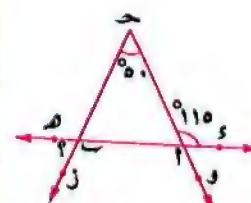
شكل (٩)



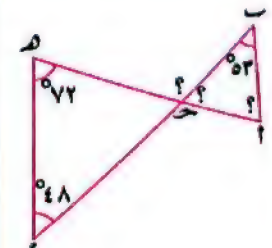
شكل (١٦)



شكل (١٥)



شكل (١٤)



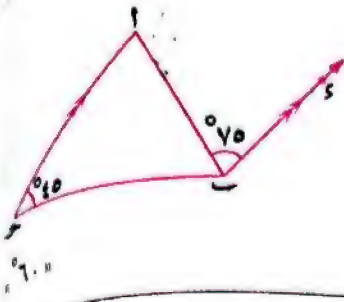
شكل (١٣)

٤ في الشكل المقابل :

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

$$\angle A = 40^\circ, \angle B = 70^\circ, \angle C = ?$$

أوجد : $\angle D$



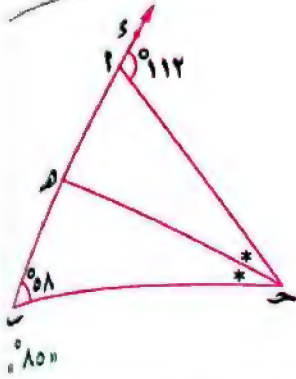
٥ في الشكل المقابل :

$$\angle A = 80^\circ, \angle B = 112^\circ$$

$$\overline{AD} \text{ bisects } \angle A, \overline{BE} \text{ bisects } \angle B$$

$$\angle C = 112^\circ, \angle D = ?$$

أوجد : $\angle D$

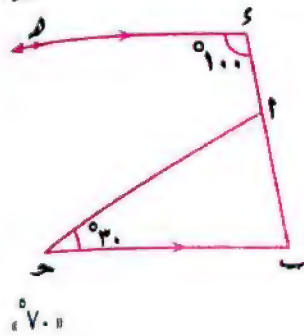


٦ في الشكل المقابل :

$$\angle A = 100^\circ, \angle B = 30^\circ$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \angle D = ?$$

أوجد : $\angle D$

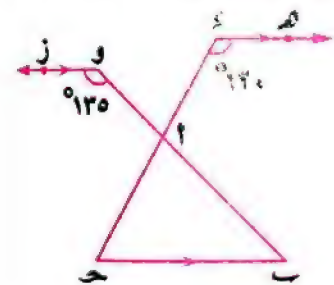


٧ في الشكل المقابل :

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{BE} \parallel \overline{AC}$$

$$\angle A = 120^\circ, \angle B = 135^\circ$$

احسب : قياسات زوايا المثلث ABC



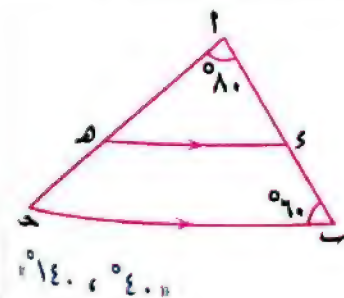
$$\angle A = 120^\circ, \angle B = 135^\circ, \angle C = ?$$

٨ في الشكل المقابل :

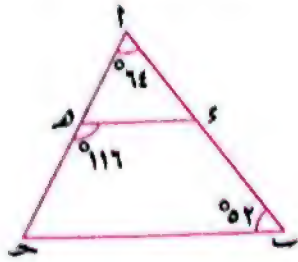
$$\angle A = 60^\circ, \angle B = 80^\circ$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{BE} \parallel \overline{AC}$$

أوجد : $\angle D$ و $\angle E$



في الشكل المقابل :



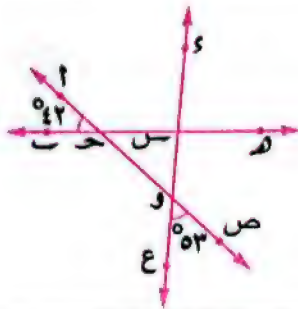
ا ب ح مثلث فيه : $\angle ا = 64^\circ$

$\angle ب = 52^\circ$ ، $\angle ج = 116^\circ$ ،

$\overline{د ه} \parallel \overline{ا ج}$ ، $\overline{ا ب} \supset \overline{د ب}$ ،

أثبت أن : $\overline{د ه} \parallel \overline{ا ج}$

في الشكل المقابل :



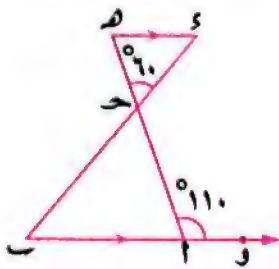
أثبت أن : $\angle ا = 85^\circ$

ثم أوجد :

$\angle ا$ ، $\angle ب$ ، $\angle ج$ ، $\angle د$ ، $\angle ه$ ، $\angle و$

« 90 ، 90 »

في الشكل المقابل :



$\overline{د ه} \parallel \overline{ا ج}$ ، $\angle ا = 60^\circ$ ، $\angle ب = 110^\circ$ ،

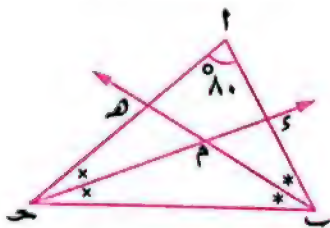
$\{ح\} = \overline{ا ب} \cap \overline{ا ج}$ ،

$\overline{ا ب} \supset \overline{ا ح}$ ، $\angle ج = 110^\circ$ ،

أوجد : قياسات زوايا المثلثين $\triangle ا ب ح$ ، $\triangle ا ج ح$

« $\angle ا = 70^\circ$ ، $\angle ب = 50^\circ$ ، $\angle ج = 50^\circ$ ، $\angle د = 70^\circ$ ، $\angle ه = 70^\circ$ ، $\angle و = 70^\circ$ »

في الشكل المقابل :



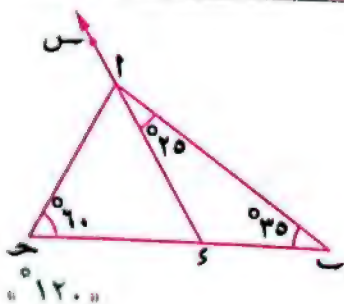
« 130 »

$\overline{ا ب}$ ينصف $\overline{ا ج}$ ، $\overline{ا ج}$ ينصف $\overline{ا ب}$ ،

فإذا كان : $\angle ا = 80^\circ$

أوجد : $\angle د$ ، $\angle ه$ ، $\angle و$

في الشكل المقابل :



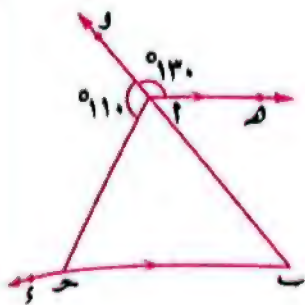
« 120 »

ا ب ح مثلث ، $\angle ا = 60^\circ$ ، $\angle ب = 35^\circ$ ، $\angle ج = 25^\circ$ ،

$\overline{ا ب} \supset \overline{ا د}$ ، $\overline{ا ج} \supset \overline{ا ه}$ ، $\angle د = 25^\circ$ ، $\angle ه = 35^\circ$ ،

أوجد : $\angle د$ ، $\angle ه$ ، $\angle و$

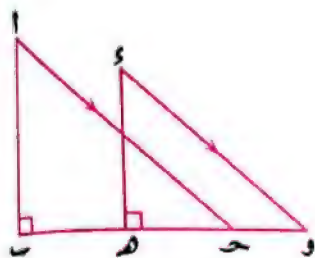
١٤ في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{AE}$ ، $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{DE}$ ، $\angle BAE = 130^\circ$ ، $\angle CBD = 110^\circ$ ،
أوجد : $\angle A$ (د ح د)

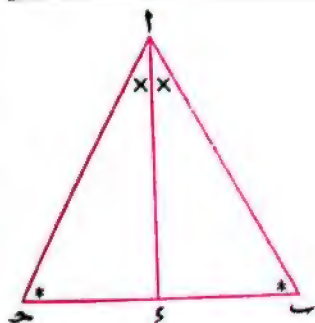
» ١٢٠ °

١٥ في الشكل المقابل :



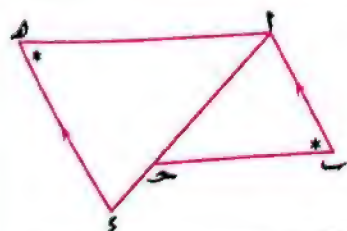
النقط و ، ح ، هـ ، ب على استقامة واحدة
 $\angle A = 90^\circ$ ، $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{DE}$ ، $\angle D = \angle E$ ،
أثبت أن : $\angle D = \angle E$ (د ح د)

١٦ في الشكل المقابل :



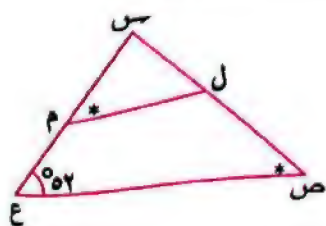
$AB = AC$ ، $AD \perp BC$ ،
أثبت أن : $\angle B = \angle C$ ،
 AD ينصف BC (د ح د)

١٧ في الشكل المقابل :



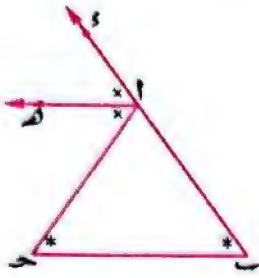
$\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{AD}$ ، $\angle E = \angle F$ ،
أثبت أن : $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{AD}$ (د ح د)

١٨ في الشكل المقابل :



$\angle D = 52^\circ$ ، $\angle E = 52^\circ$ ،
 $\angle D = \angle E$ ،
أوجد : $\angle C$ (د ح د)

» ٥٢ °

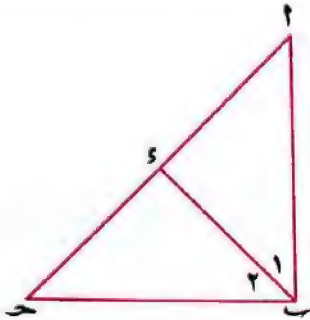


19 في الشكل المقابل :

١٦ حـ مثلث فيه : $u(د) = u(ح)$

٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ١٠٣، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٦، ١٠٧، ١٠٨، ١٠٩، ١١٠، ١١١، ١١٢، ١١٣، ١١٤، ١١٥، ١١٦، ١١٧، ١١٨، ١١٩، ١٢٠، ١٢١، ١٢٢، ١٢٣، ١٢٤، ١٢٥، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٨، ١٢٩، ١٣٠، ١٣١، ١٣٢، ١٣٣، ١٣٤، ١٣٥، ١٣٦، ١٣٧، ١٣٨، ١٣٩، ١٤٠، ١٤١، ١٤٢، ١٤٣، ١٤٤، ١٤٥، ١٤٦، ١٤٧، ١٤٨، ١٤٩، ١٥٠، ١٥١، ١٥٢، ١٥٣، ١٥٤، ١٥٥، ١٥٦، ١٥٧، ١٥٨، ١٥٩، ١٦٠، ١٦١، ١٦٢، ١٦٣، ١٦٤، ١٦٥، ١٦٦، ١٦٧، ١٦٨، ١٦٩، ١٧٠، ١٧١، ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٦، ١٧٧، ١٧٨، ١٧٩، ١٨٠، ١٨١، ١٨٢، ١٨٣، ١٨٤، ١٨٥، ١٨٦، ١٨٧، ١٨٨، ١٨٩، ١٩٠، ١٩١، ١٩٢، ١٩٣، ١٩٤، ١٩٥، ١٩٦، ١٩٧، ١٩٨، ١٩٩، ٢٠٠، ٢٠١، ٢٠٢، ٢٠٣، ٢٠٤، ٢٠٥، ٢٠٦، ٢٠٧، ٢٠٨، ٢٠٩، ٢١٠، ٢١١، ٢١٢، ٢١٣، ٢١٤، ٢١٥، ٢١٦، ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩، ٢٢٠، ٢٢١، ٢٢٢، ٢٢٣، ٢٢٤، ٢٢٥، ٢٢٦، ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠، ٢٣١، ٢٣٢، ٢٣٣، ٢٣٤، ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١، ٢٤٢، ٢٤٣، ٢٤٤، ٢٤٥، ٢٤٦، ٢٤٧، ٢٤٨، ٢٤٩، ٢٥٠، ٢٥١، ٢٥٢، ٢٥٣، ٢٥٤، ٢٥٥، ٢٥٦، ٢٥٧، ٢٥٨، ٢٥٩، ٢٦٠، ٢٦١، ٢٦٢، ٢٦٣، ٢٦٤، ٢٦٥، ٢٦٦، ٢٦٧، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧٠، ٢٧١، ٢٧٢، ٢٧٣، ٢٧٤، ٢٧٥، ٢٧٦، ٢٧٧، ٢٧٨، ٢٧٩، ٢٨٠، ٢٨١، ٢٨٢، ٢٨٣، ٢٨٤، ٢٨٥، ٢٨٦، ٢٨٧، ٢٨٨، ٢٨٩، ٢٩٠، ٢٩١، ٢٩٢، ٢٩٣، ٢٩٤، ٢٩٥، ٢٩٦، ٢٩٧، ٢٩٨، ٢٩٩، ٣٠٠، ٣٠١، ٣٠٢، ٣٠٣، ٣٠٤، ٣٠٥، ٣٠٦، ٣٠٧، ٣٠٨، ٣٠٩، ٣١٠، ٣١١، ٣١٢، ٣١٣، ٣١٤، ٣١٥، ٣١٦، ٣١٧، ٣١٨، ٣١٩، ٣٢٠، ٣٢١، ٣٢٢، ٣٢٣، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦، ٣٢٧، ٣٢٨، ٣٢٩، ٣٣٠، ٣٣١، ٣٣٢، ٣٣٣، ٣٣٤، ٣٣٥، ٣٣٦، ٣٣٧، ٣٣٨، ٣٣٩، ٣٤٠، ٣٤١، ٣٤٢، ٣٤٣، ٣٤٤، ٣٤٥، ٣٤٦، ٣٤٧، ٣٤٨، ٣٤٩، ٣٥٠، ٣٥١، ٣٥٢، ٣٥٣، ٣٥٤، ٣٥٥، ٣٥٦، ٣٥٧، ٣٥٨، ٣٥٩، ٣٦٠، ٣٦١، ٣٦٢، ٣٦٣، ٣٦٤، ٣٦٥، ٣٦٦، ٣٦٧، ٣٦٨، ٣٦٩، ٣٧٠، ٣٧١، ٣٧٢، ٣٧٣، ٣٧٤، ٣٧٥، ٣٧٦، ٣٧٧، ٣٧٨، ٣٧٩، ٣٨٠، ٣٨١، ٣٨٢، ٣٨٣، ٣٨٤، ٣٨٥، ٣٨٦، ٣٨٧، ٣٨٨، ٣٨٩، ٣٩٠، ٣٩١، ٣٩٢، ٣٩٣، ٣٩٤، ٣٩٥، ٣٩٦، ٣٩٧، ٣٩٨، ٣٩٩، ٤٠٠، ٤٠١، ٤٠٢، ٤٠٣، ٤٠٤، ٤٠٥، ٤٠٦، ٤٠٧، ٤٠٨، ٤٠٩، ٤١٠، ٤١١، ٤١٢، ٤١٣، ٤١٤، ٤١٥، ٤١٦، ٤١٧، ٤١٨، ٤١٩، ٤٢٠، ٤٢١، ٤٢٢، ٤٢٣، ٤٢٤، ٤٢٥، ٤٢٦، ٤٢٧، ٤٢٨، ٤٢٩، ٤٣٠، ٤٣١، ٤٣٢، ٤٣٣، ٤٣٤، ٤٣٥، ٤٣٦، ٤٣٧، ٤٣٨، ٤٣٩، ٤٤٠، ٤٤١، ٤٤٢، ٤٤٣، ٤٤٤، ٤٤٥، ٤٤٦، ٤٤٧، ٤٤٨، ٤٤٩، ٤٥٠، ٤٥١، ٤٥٢، ٤٥٣، ٤٥٤، ٤٥٥، ٤٥٦، ٤٥٧، ٤٥٨، ٤٥٩، ٤٦٠، ٤٦١، ٤٦٢، ٤٦٣، ٤٦٤، ٤٦٥، ٤٦٦، ٤٦٧، ٤٦٨، ٤٦٩، ٤٧٠، ٤٧١، ٤٧٢، ٤٧٣، ٤٧٤، ٤٧٥، ٤٧٦، ٤٧٧، ٤٧٨، ٤٧٩، ٤٨٠، ٤٨١، ٤٨٢، ٤٨٣، ٤٨٤، ٤٨٥، ٤٨٦، ٤٨٧، ٤٨٨، ٤٨٩، ٤٩٠، ٤٩١، ٤٩٢، ٤٩٣، ٤٩٤، ٤٩٥، ٤٩٦، ٤٩٧، ٤٩٨، ٤٩٩، ٥٠٠، ٥٠١، ٥٠٢، ٥٠٣، ٥٠٤، ٥٠٥، ٥٠٦، ٥٠٧، ٥٠٨، ٥٠٩، ٥١٠، ٥١١، ٥١٢، ٥١٣، ٥١٤، ٥١٥، ٥١٦، ٥١٧، ٥١٨، ٥١٩، ٥٢٠، ٥٢١، ٥٢٢، ٥٢٣، ٥٢٤، ٥٢٥، ٥٢٦، ٥٢٧، ٥٢٨، ٥٢٩، ٥٣٠، ٥٣١، ٥٣٢، ٥٣٣، ٥٣٤، ٥٣٥، ٥٣٦، ٥٣٧، ٥٣٨، ٥٣٩، ٥٤٠

أثبت أن : $\overrightarrow{AM} // \overrightarrow{BC}$



٢٠ في الشكل المقابل :

ابح مثلث فيه : $\exists \Delta$ اح

$$(2) v = (2) v, (1) v = (1) v,$$

أثبت أن : د ا ب ح قائمة.

للمتفوقين

١١ ا ب ح مثلث فيه : و (د ١) = ٢ و (د ح) ، و (د ب) = ٤ و (د ح) أثبت أن : د ب منفرجة.

۴۴ ا ب ح مثلث فيه : و (د ح) = ۲۸° ، و (د ا) = ۴° س ، و (د ب) = (۲ س + ۲)°

« ٥٢٤ ١٠٠ »

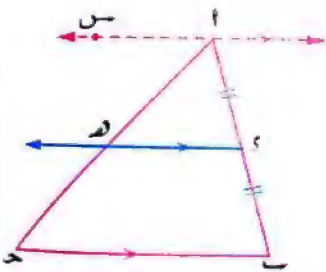
أوجد: $\psi(1)$ ، $\psi(2)$





نظرية ٢

الشعاع المرسوم من منتصف ضلع في المثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث.



و منتصف \overline{AB} ، $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

إثبات أن : \overline{DE} منتصف \overline{AC}

نرسم $\overline{AS} \parallel \overline{BC}$

$\therefore \overline{AS} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{BC}$

، \overline{AB} ، \overline{AC} قاطعان لهم في S ، \overline{DE} على الترتيب.

، $\therefore AS = SD$ ، $\therefore AD = DS$

$\therefore \overline{DE}$ منتصف \overline{AC}

المعطيات

المطلوب

العمل

البرهان

(وهو المطلوب)



مثال ١

في الشكل المقابل :

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ متوازي أضلاع ، $\overline{AD} \cap \overline{BC} = E$ بحيث $AE = EC$

، $\{O\} = \overline{AC} \cap \overline{BD}$

أثبت أن : ١ $\overline{AO} = \overline{CO}$ ٢ $\overline{BO} = \overline{DO}$

الحل

المعطيات | α - حء متوازي أضلاع ، $s = s'$ ، $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ ، $\{O\} = \overrightarrow{MA} \cap \overrightarrow{MB}$

المطلوب إثبات أن: ١) $h = c = h_0$ ٢) $a = b = c$

البرهان في Δ م أ و : \therefore منتصف م أ (معطى)

، ح // و (من تعريف متوازي الاضلاع)

∴ ح منتصف هـ و $\overline{هـ أ} = ح = ح و$ (نظرية)

، ∴ ح منتصف و هـ (إثباتاً)

، ح ب // ه ٢ (من تعريف متوازي الأضلاع)

∴ \mathcal{B} منتصف \overline{AO} أى $\mathcal{B} = \frac{A+O}{2}$ و (نظرية)

(المطلوب أولاً)

(المطلوب ثانياً)

نتیجہ

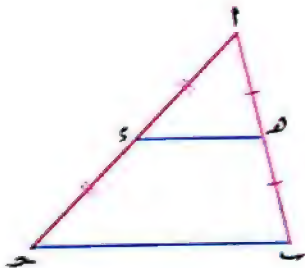
القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث.

ففي الشكل المقابل :

إذا كان : أحـ مثلثاً فيه : ومنتصف أحـ

الم منتصف أب

فَإِنْ : هـ // حـ



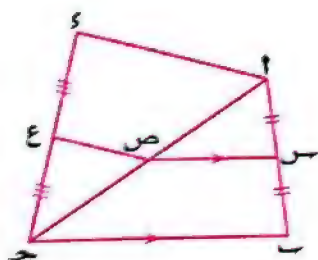
مثال ۲

في الشكل المقابل :

س منتصف اب ، س ص // س ح

ع منتصف وحر

أثبت أن : ص ع // ٥٩



المعطيات

المطلوب

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

البرهان

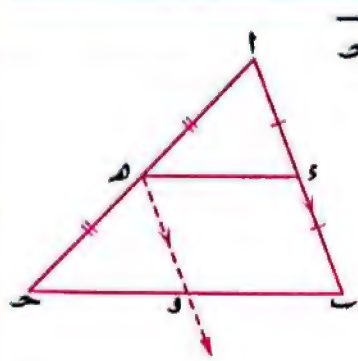
البرهان

البرهان

البرهان



طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يساوى نصف طول الضلع الثالث.



أ ب ح مثلث ، د منتصف أ ب ، ه منتصف أ ح

إثبات أن : د ه = $\frac{1}{2}$ ب ح

نرسم ه و // أ ب ويقطع ب ح فى و

∴ د منتصف أ ب ، ه منتصف أ ح

∴ د ه // ب ح (نتيجة)

∴ ه و // أ ب (عملاً) ، ه منتصف أ ح

∴ و منتصف ب ح ∴ ب و = $\frac{1}{2}$ ب ح

∴ الشكل د ه و ب متوازى أضلاع.

∴ د ه = ب و = $\frac{1}{2}$ ب ح

(وهو المطلوب)

مثال ٣

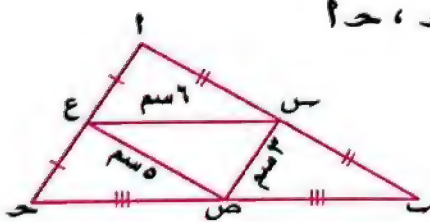
فى الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : س ، ص ، ع منتصفات أ ب ، ب ح ، ح أ

على الترتيب فإذا كان : س ص = ٣ سم

، ص ع = ٥ سم ، ع س = ٦ سم

أوجد : محيط Δ أ ب ح



الحل

المعطيات أ ب ح مثلث فيه : س ، ص ، ع منتصفات أ ب ، ب ح ، ح أ على الترتيب

، س ص = ٣ سم ، ص ع = ٥ سم ، ع س = ٦ سم

المطلوب إيجاد : محيط Δ أ ب ح

البرهان

في ΔABC : \therefore من منتصف AB ، E منتصف AC

\therefore من $E = \frac{1}{2} AC$ (نظرية)

$\therefore AC = 2 \times 6 = 12$ سم

وبالمثل : \therefore من منتصف AB ، F منتصف BC

\therefore من $F = \frac{1}{2} BC$ $\therefore BC = 2 \times 3 = 6$ سم

، \therefore من منتصف BC ، G منتصف AC

\therefore من $G = \frac{1}{2} AC$ $\therefore AC = 2 \times 5 = 10$ سم

\therefore محيط $\Delta ABC = AB + BC + AC$

$= 10 + 12 + 6 = 28$ سم

(وهو المطلوب)

مثال ٤

في الشكل المقابل :

AB و CD متوازي أضلاع فيه : $AC \cap BD = \{M\}$

، H منتصف AB ، و K منتصف CD

أثبت أن : الشكل HMK و M متوازي أضلاع.

الحل

المعطيات : AB و CD متوازي أضلاع ، H منتصف AB ، و K منتصف CD

المطلوب : إثبات أن : الشكل HMK و M متوازي أضلاع.

البرهان : \therefore AB و CD متوازي أضلاع تقاطع قطراه في M

\therefore M منتصف كل من AC ، BD

\therefore في ΔABC : \therefore H منتصف AB ، M منتصف AC

$\therefore HM \parallel BC$

$\therefore KM \parallel BC$

$\therefore HM = BK$

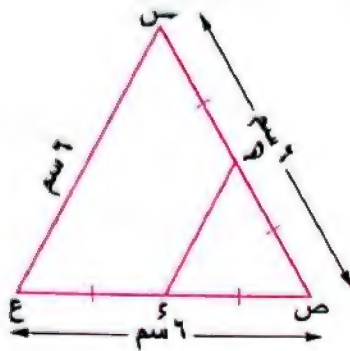
، $M = \frac{1}{2} BC$ (نظرية)

\therefore الشكل HMK و M متوازي أضلاع.

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :



س ص ع مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٦ سم

، ه منتصف ص ع ، ه منتصف س ص

أكمل البرهان التالي لإثبات أن :

Δ ه ص و متساوي الأضلاع وأوجد محيطه.

المعطيات

المطلوب

البرهان

(١) \therefore ه منتصف \therefore ص و = سم

(٢) \therefore ه منتصف \therefore ص ه = سم

، في Δ س ص ع : \therefore ه منتصف ، ه منتصف

(٣) \therefore ه = $\frac{1}{3}$ = سم

من (١) ، (٢) ، (٣) : $\therefore \Delta$ ه ص و

، محيط Δ ه ص و = سم (وهو المطلوب)

تمارين 6

على نظرية ٢ ونتيجتها ونظرية ٣



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

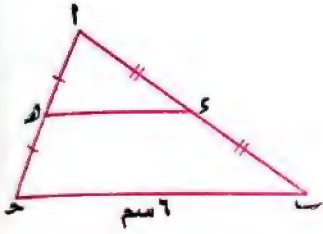
فهم

تذكر

١ أكمل ما يأتي :

- ١ الشعاع المرسوم من منتصف ضلع في المثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين
- ٢ القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين في مثلث الضلع الثالث.
- ٣ طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين في مثلث يساوى

٤ في الشكل المقابل :

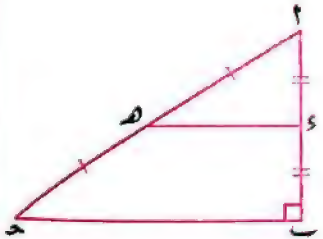


إذا كان : D ، E منتصفى AB ، AC على الترتيب

$$BC = 6 \text{ سم}$$

فإن : $DE = \dots \text{ سم}$

٥ في الشكل المقابل :

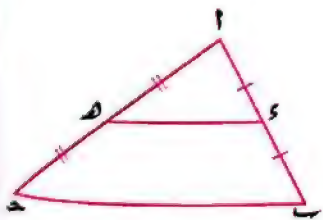


إذا كان : $\angle C = 90^\circ$

، D ، E منتصفى AC ، BC على الترتيب

فإن : $\angle ADE = \dots^\circ$

٦ في الشكل المقابل :

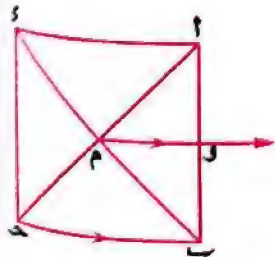


إذا كان : D ، E منتصفى AB ، AC على الترتيب

$$\text{وكان محيط } \triangle ABC = 24 \text{ سم}$$

فإن محيط $\triangle ADE = \dots \text{ سم}$

٧ في الشكل المقابل :

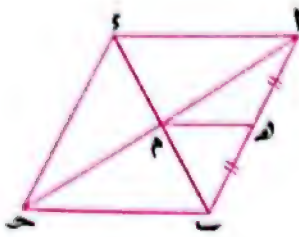


إذا كان محيط المربع $ABCD = 20 \text{ سم}$

، $EF \parallel AD$ حيث $M \in EF$

فإن : $EF = \dots \text{ سم}$

٨ في الشكل المقابل :

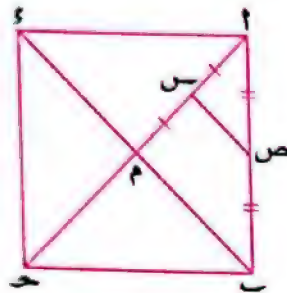


∴ AB جزء معين محيطه = ٢٤ سم

، ه منتصف \overline{AB}

∴ م ه = سم

٩ في الشكل المقابل :



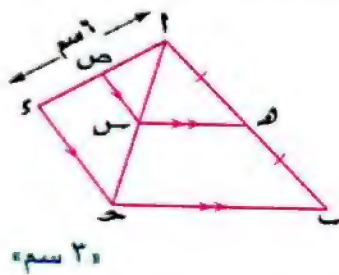
∴ AB جزء مربع ، س ، ص منتصفا \overline{AM}

، \overline{AF} على الترتيب ، $AF = 12$ سم

∴ س ص = سم

، $\angle (D \text{ ص } S) = \dots\dots\dots^\circ$

١٠ في الشكل المقابل :

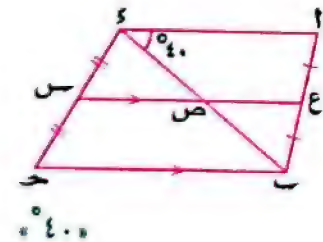


$AF = 9$ ، $EF \parallel AB$ ، $EF = 6$ سم

، $EF \parallel AB$ ، $EF = 6$ سم

أوجد : طول \overline{AF}

١١ في الشكل المقابل :

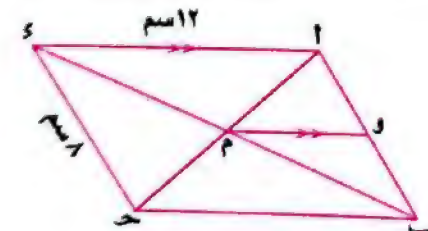


س منتصف \overline{AC} ، ع منتصف \overline{AB}

، $EF \parallel AB$ ، $\angle (D \text{ ع } S) = 40^\circ$

أوجد : $\angle (D \text{ ع } S)$

١٢ في الشكل المقابل :



AB جزء متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م

، رسم م و $\overline{AF} \parallel \overline{EF}$ فقطع \overline{AB} في و

فإذا كان : $AF = 12$ سم ، $EF = 8$ سم فأوجد :

١ محيط متوازي الأضلاع \overline{AB} جزء

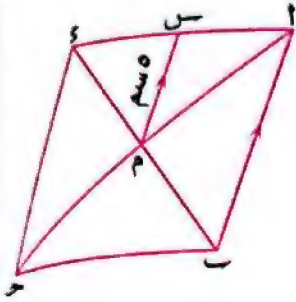
٢ طول \overline{AF}

« ٤٠ سم ، ٤ سم »

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

5

في الشكل المقابل :



أ ب ح د متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م

، رسم م س // ب أ ويقطع أ د في س

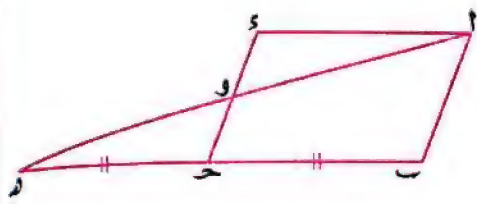
١ أثبت أن : س منتصف أ د

٢ إذا كان : م س = ٥ سم فأوجد : طول ح د

« ١٠ سم »

6

في الشكل المقابل :



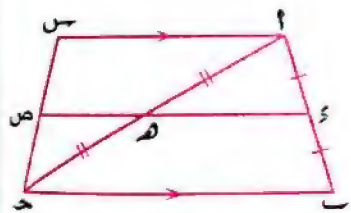
أ ب ح د متوازي أضلاع ، ب ح = ح د

، ه م ب ح ، رسمت أ ه فقطعت د ح في و

أثبت أن : أ و = و ه

7

في الشكل المقابل :



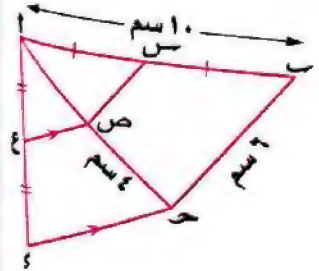
أ د = د ه ، ب ه = ه ح

، أ س // ب ح ، د ه ∩ س ح = {ص}

أثبت أن : ص منتصف س ح

8

في الشكل المقابل :



أ ب ح د شكل رباعي فيه :

س ، ع منتصف أ ب ، أ د على الترتيب

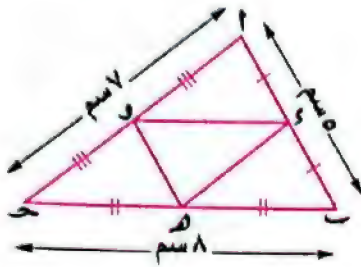
، ص ∩ أ ح بحيث ص ع // ح د ، ص ح = ٤ سم

فإذا كان : ب ح = ٦ سم ، أ ب = ١٠ سم فأوجد :

١ طول أ ص

٢ محيط Δ أ س ص

« ٤ سم ، ١٢ سم »



في الشكل المقابل :

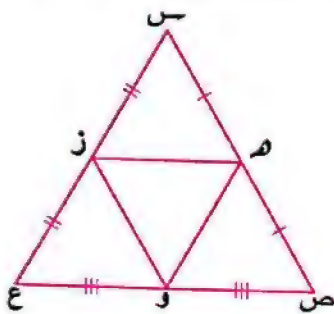
$AB = 5 \text{ سم}$ ، $BC = 8 \text{ سم}$

$CA = 7 \text{ سم}$

د ، هـ ، و ، و منتصفات \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{CA} على الترتيب

احسب : محيط $\triangle DEW$

« ١٠ سم »



في الشكل المقابل :

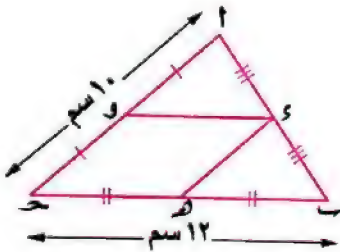
س ص ع مثلث فيه :

هـ ، و ، ز منتصفات \overline{AS} ، \overline{SE} ، \overline{EC} على الترتيب

فإذا كان محيط $\triangle DEW = 18 \text{ سم}$

فأوجد : محيط $\triangle SVE$

« ٢٦ سم »



في الشكل المقابل :

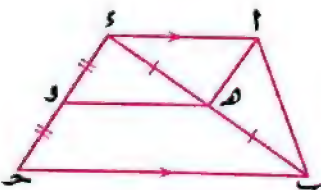
AB مثلث فيه :

د ، هـ ، و ، و منتصفات \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{CA} على الترتيب

$BC = 12 \text{ سم}$ ، $CA = 10 \text{ سم}$

أوجد : محيط الشكل د هـ و

« ٢٢ سم »



في الشكل المقابل :

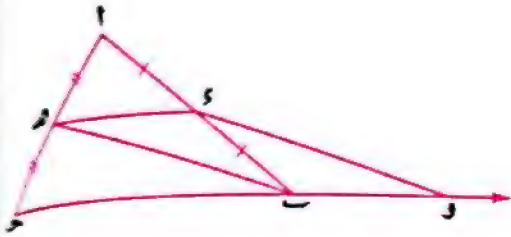
$\overline{AE} \parallel \overline{EC}$ ، $\frac{1}{3} \overline{BC}$

، هـ منتصف \overline{AB} ، و منتصف \overline{CD}

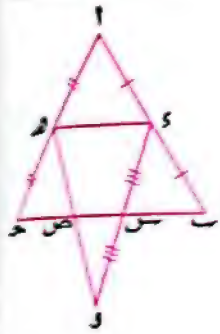
أثبت أن : الشكل أ هـ و متوازي أضلاع.

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

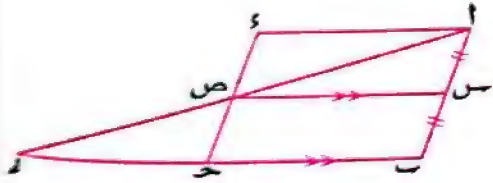
١٣ في الشكل المقابل :

د، هـ منتصفا \overline{AB} ، \overline{AC} على الترتيب، و $\exists \overline{CH}$ حيث $\overline{CH} = \frac{1}{4} \overline{BC}$ أثبت أن : الشكل $\triangle HDE$ و $\triangle ABC$ متوازي أضلاع.

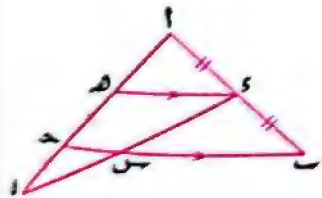
١٤ في الشكل المقابل :

د منتصف \overline{AB} ، هـ منتصف \overline{AC} ، و $\overline{CH} \cap \overline{DE} = \{H\}$ ، و $\overline{CH} = \overline{HE}$ ، و $\overline{CH} = 12$ سمأوجد : طول \overline{CH}

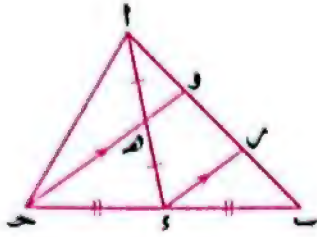
١٥ في الشكل المقابل :

 \overline{AB} و $\triangle ABC$ متوازي أضلاع، س منتصف \overline{AB} ، رسم $\overline{CS} \parallel \overline{BC}$ فقطع \overline{DE} في ص، رسم \overline{AS} فقطع \overline{BC} في هـأثبت أن : هـ منتصف \overline{BC}

١٦ في الشكل المقابل :

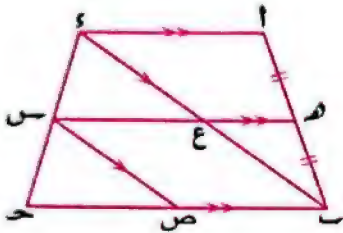
 \overline{AB} و $\triangle ABC$ متوازي أضلاع، د منتصف \overline{AB} ، $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، و $\exists \overline{AH}$ بحيث $\overline{AH} = \overline{HD}$ أثبت أن : $\overline{AH} = \frac{1}{4} \overline{BC}$ و ثم إذا رسمت \overline{DE} فقطعت \overline{BC} في سفأثبت أن : $\overline{AS} = \overline{SH}$

١٧ في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث ، د منتصف أ ب ، ه منتصف أ ج
رسم ح د فقطع أ ب في و ثم رسم و ر // ح و
فقطع أ ب في ر أثبت أن : $و = ر$ و $ر = ر$

١٨ في الشكل المقابل :

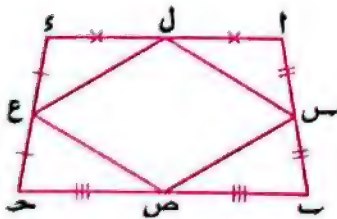


أ ب ح د شبه منحرف فيه :
د ع // ب ح ، ه منتصف أ ب
ه س // ب ح ، س ص // د ع
أثبت أن : ص منتصف ب ح

١٩ أ ب ح د شبه منحرف فيه : د ع // ب ح ، ه منتصف أ ب ، رسم ه س // ب ح
ويقطع د ب في س ، د ح في ص ، ورسم ص ع // د ع يقطع ب ح في ع
أثبت أن : س د = ص ع

٢٠ أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ٩ سم ، أ ح = ٨ سم ، د ع // أ ب ، ه د // أ ب بحيث
د و ه = ه ب ، رسم د س ، ه ص يوازيان ب ح ويقطعان أ ح في س ، ص
على الترتيب بحيث د س = ٤ سم احسب : محيط الشكل د ه ص س « ١٧ ٢/٣ سم »

٢١ في الشكل المقابل :

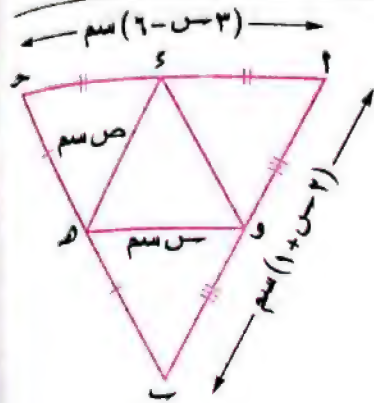


أ ب ح د شكل رباعي فيه : س ، ص ، ع ، ل منتصفات
أ ب ، ب ح ، ح د ، د أ على الترتيب
أثبت أن : الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع.

حل مشكلات

٢٢ $a \sim b$ فيه : $a = b, s, v, e$ منتصفات a, b, c, d على الترتيب

برهن أن : ۱- ص ع معین.



« ٦ سم ، ٦.٥ سم »

٢٣ (الرّبط بالجبر) :

في الشكل المقابل :

أوجد : قيمة كل من s ، v

تطبيق حياتي



٢٤ أرادت سارة تصميم طائرة ورقية طولاً قطريها

٦٤ سم ، ٩٠ سم ، وترید وضع شریط لتزین

الطائرة يصل بين منتصفات أضلاع الطائرة

فما طول هذا الشريط ؟

« ۱۵۴ »

للمتفوقين

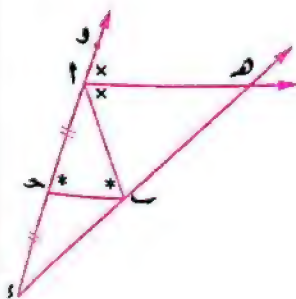
٢٥ في الشكل المقابل :

٢٠ ح مثلث فيه : $u(د١ ح) = u(د٢ ح)$

۱، ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷، ۲۹، ۳۱، ۳۳، ۳۵، ۳۷، ۳۹، ۴۱، ۴۳، ۴۵، ۴۷، ۴۹، ۵۱، ۵۳، ۵۵، ۵۷، ۵۹، ۶۱، ۶۳، ۶۵، ۶۷، ۶۹، ۷۱، ۷۳، ۷۵، ۷۷، ۷۹، ۸۱، ۸۳، ۸۵، ۸۷، ۸۹، ۹۱، ۹۳، ۹۵، ۹۷، ۹۹، ۱۰۱، ۱۰۳، ۱۰۵، ۱۰۷، ۱۰۹، ۱۱۱، ۱۱۳، ۱۱۵، ۱۱۷، ۱۱۹، ۱۲۱، ۱۲۳، ۱۲۵، ۱۲۷، ۱۲۹، ۱۳۱، ۱۳۳، ۱۳۵، ۱۳۷، ۱۳۹، ۱۴۱، ۱۴۳، ۱۴۵، ۱۴۷، ۱۴۹، ۱۵۱، ۱۵۳، ۱۵۵، ۱۵۷، ۱۵۹، ۱۶۱، ۱۶۳، ۱۶۵، ۱۶۷، ۱۶۹، ۱۷۱، ۱۷۳، ۱۷۵، ۱۷۷، ۱۷۹، ۱۸۱، ۱۸۳، ۱۸۵، ۱۸۷، ۱۸۹، ۱۹۱، ۱۹۳، ۱۹۵، ۱۹۷، ۱۹۹، ۲۰۱، ۲۰۳، ۲۰۵، ۲۰۷، ۲۰۹، ۲۱۱، ۲۱۳، ۲۱۵، ۲۱۷، ۲۱۹، ۲۲۱، ۲۲۳، ۲۲۵، ۲۲۷، ۲۲۹، ۲۳۱، ۲۳۳، ۲۳۵، ۲۳۷، ۲۳۹، ۲۴۱، ۲۴۳، ۲۴۵، ۲۴۷، ۲۴۹، ۲۵۱، ۲۵۳، ۲۵۵، ۲۵۷، ۲۵۹، ۲۶۱، ۲۶۳، ۲۶۵، ۲۶۷، ۲۶۹، ۲۷۱، ۲۷۳، ۲۷۵، ۲۷۷، ۲۷۹، ۲۸۱، ۲۸۳، ۲۸۵، ۲۸۷، ۲۸۹، ۲۹۱، ۲۹۳، ۲۹۵، ۲۹۷، ۲۹۹، ۳۰۱، ۳۰۳، ۳۰۵، ۳۰۷، ۳۰۹، ۳۱۱، ۳۱۳، ۳۱۵، ۳۱۷، ۳۱۹، ۳۲۱، ۳۲۳، ۳۲۵، ۳۲۷، ۳۲۹، ۳۳۱، ۳۳۳، ۳۳۵، ۳۳۷، ۳۳۹، ۳۴۱، ۳۴۳، ۳۴۵، ۳۴۷، ۳۴۹، ۳۵۱، ۳۵۳، ۳۵۵، ۳۵۷، ۳۵۹، ۳۶۱، ۳۶۳، ۳۶۵، ۳۶۷، ۳۶۹، ۳۷۱، ۳۷۳، ۳۷۵، ۳۷۷، ۳۷۹، ۳۸۱، ۳۸۳، ۳۸۵، ۳۸۷، ۳۸۹، ۳۹۱، ۳۹۳، ۳۹۵، ۳۹۷، ۳۹۹، ۴۰۱، ۴۰۳، ۴۰۵، ۴۰۷، ۴۰۹، ۴۱۱، ۴۱۳، ۴۱۵، ۴۱۷، ۴۱۹، ۴۲۱، ۴۲۳، ۴۲۵، ۴۲۷، ۴۲۹، ۴۳۱، ۴۳۳، ۴۳۵، ۴۳۷، ۴۳۹، ۴۴۱، ۴۴۳، ۴۴۵، ۴۴۷، ۴۴۹، ۴۵۱، ۴۵۳، ۴۵۵، ۴۵۷، ۴۵۹، ۴۶۱، ۴۶۳، ۴۶۵، ۴۶۷، ۴۶۹، ۴۷۱، ۴۷۳، ۴۷۵، ۴۷۷، ۴۷۹، ۴۸۱، ۴۸۳، ۴۸۵، ۴۸۷، ۴۸۹، ۴۹۱، ۴۹۳، ۴۹۵، ۴۹۷، ۴۹۹، ۵۰۱، ۵۰۳، ۵۰۵، ۵۰۷، ۵۰۹، ۵۱۱، ۵۱۳، ۵۱۵، ۵۱۷، ۵۱۹، ۵۲۱، ۵۲۳، ۵۲۵، ۵۲۷، ۵۲۹، ۵۳۱، ۵۳۳، ۵۳۵، ۵۳۷، ۵۳۹، ۵۴۱، ۵۴۳، ۵۴۵، ۵۴۷، ۵۴۹، ۵۵۱، ۵۵۳، ۵۵۵، ۵۵۷، ۵۵۹، ۵۶۱، ۵۶۳، ۵۶۵، ۵۶۷، ۵۶۹، ۵۷۱، ۵۷۳، ۵۷۵، ۵۷۷، ۵۷۹، ۵۸۱، ۵۸۳، ۵۸۵، ۵۸۷، ۵۸۹، ۵۹۱، ۵۹۳، ۵۹۵، ۵۹۷، ۵۹۹، ۶۰۱، ۶۰۳، ۶۰۵، ۶۰۷، ۶۰۹، ۶۱۱، ۶۱۳، ۶۱۵، ۶۱۷، ۶۱۹، ۶۲۱، ۶۲۳، ۶۲۵، ۶۲۷، ۶۲۹، ۶۳۱، ۶۳۳، ۶۳۵، ۶۳۷، ۶۳۹، ۶۴۱، ۶۴۳، ۶۴۵، ۶۴۷، ۶۴۹، ۶۵۱، ۶۵۳، ۶۵۵، ۶۵۷، ۶۵۹، ۶۶۱، ۶۶۳، ۶۶۵، ۶۶۷، ۶۶۹، ۶۷۱، ۶۷۳، ۶۷۵، ۶۷۷، ۶۷۹، ۶۸۱، ۶۸۳، ۶۸۵، ۶۸۷، ۶۸۹، ۶۹۱، ۶۹۳، ۶۹۵، ۶۹۷، ۶۹۹، ۷۰۱، ۷۰۳، ۷۰۵، ۷۰۷، ۷۰۹، ۷۱۱، ۷۱۳، ۷۱۵، ۷۱۷، ۷۱۹، ۷۲۱، ۷۲۳، ۷۲۵، ۷۲۷، ۷۲۹، ۷۳۱، ۷۳۳، ۷۳۵، ۷۳۷، ۷۳۹، ۷۴۱، ۷۴۳، ۷۴۵، ۷۴۷، ۷۴۹، ۷۵۱، ۷۵۳، ۷۵۵، ۷۵۷، ۷۵۹، ۷۶۱، ۷۶۳، ۷۶۵، ۷۶۷، ۷۶۹، ۷۷۱، ۷۷۳، ۷۷۵، ۷۷۷، ۷۷۹، ۷۸۱، ۷۸۳، ۷۸۵، ۷۸۷، ۷۸۹، ۷۹۱، ۷۹۳، ۷۹۵، ۷۹۷، ۷۹۹، ۸۰۱، ۸۰۳، ۸۰۵، ۸۰۷، ۸۰۹، ۸۱۱، ۸۱۳، ۸۱۵، ۸۱۷، ۸۱۹، ۸۲۱، ۸۲۳، ۸۲۵، ۸۲۷، ۸۲۹، ۸۳۱، ۸۳۳، ۸۳۵، ۸۳۷، ۸۳۹، ۸۴۱، ۸۴۳، ۸۴۵، ۸۴۷، ۸۴۹، ۸۵۱، ۸۵۳، ۸۵۵، ۸۵۷، ۸۵۹، ۸۶۱، ۸۶۳، ۸۶۵، ۸۶۷، ۸۶۹، ۸۷۱، ۸۷۳، ۸۷۵، ۸۷۷، ۸۷۹، ۸۸۱، ۸۸۳، ۸۸۵، ۸۸۷، ۸۸۹، ۸۹۱، ۸۹۳، ۸۹۵، ۸۹۷، ۸۹۹، ۹۰۱، ۹۰۳، ۹۰۵، ۹۰۷، ۹۰۹، ۹۱۱، ۹۱۳، ۹۱۵، ۹۱۷، ۹۱۹، ۹۲۱، ۹۲۳، ۹۲۵، ۹۲۷، ۹۲۹، ۹۳۱، ۹۳۳، ۹۳۵، ۹۳۷، ۹۳۹، ۹۴۱، ۹۴۳، ۹۴۵، ۹۴۷، ۹۴۹، ۹۵۱، ۹۵۳، ۹۵۵، ۹۵۷، ۹۵۹، ۹۶۱، ۹۶۳، ۹۶۵، ۹۶۷، ۹۶۹، ۹۷۱، ۹۷۳، ۹۷۵، ۹۷۷، ۹۷۹، ۹۸۱، ۹۸۳، ۹۸۵، ۹۸۷، ۹۸۹، ۹۹۱، ۹۹۳، ۹۹۵، ۹۹۷، ۹۹۹، ۱۰۰۱، ۱۰۰۳، ۱۰۰۵، ۱۰۰۷، ۱۰۰۹، ۱۰۱۱، ۱۰۱۳، ۱۰۱۵، ۱۰۱۷، ۱۰۱۹، ۱۰۲۱، ۱۰۲۳، ۱۰۲۵، ۱۰۲۷، ۱۰۲۹، ۱۰۳۱، ۱۰۳۳، ۱۰۳۵، ۱۰۳۷، ۱۰۳۹، ۱۰

و ٣ ح ا ، نصف د ب ا و بالنصف ا ه قابل د ب في ه

أثبت أن : β منتصف CD



نظرية فيثاغورث



في الشكل المقابل :

* إذا كان : a b c مثلث قائم الزاوية في a فيه :

$a = 3$ وحدة طول ، $b = 4$ وحدة طول ، $c = 5$ وحدة طول فإن :

• مساحة المربع المنشأ على a

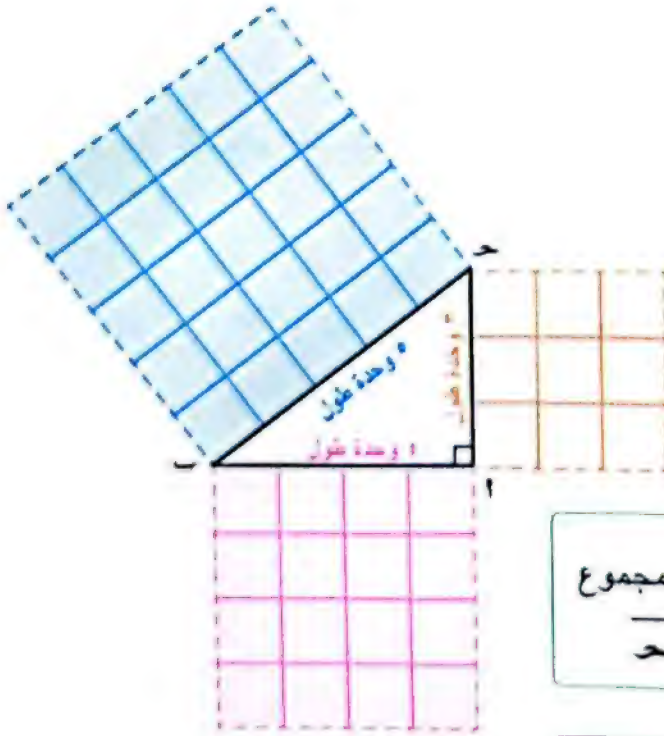
تساوي $(a)^2 = 3^2 = 9$ وحدة مربعة.

• مساحة المربع المنشأ على b

تساوي $(b)^2 = 4^2 = 16$ وحدة مربعة.

• مساحة المربع المنشأ على c

تساوي $(c)^2 = 5^2 = 25$ وحدة مربعة.



أي أن :

مساحة المربع المنشأ على c تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على a ، b

أو بمعنى آخر :

$$(c)^2 = (a)^2 + (b)^2$$

* والصياغة اللفظية لما توصلت إليه مما سبق هي ما عُرفت بـ «نظرية فيثاغورث».

نظرية فيثاغورث

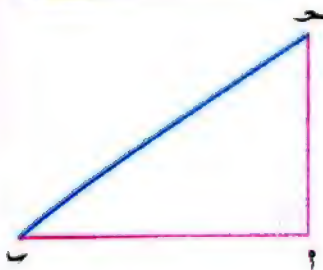


فيثاغورث
(٥٨٢ - ٥٠١ ق.م)

في المثلث القائم الزاوية مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي القائمة.

ويمكن صياغة هذه النظرية بصورة أخرى كالتالي :

في المثلث القائم الزاوية مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي ضلعي القائمة.



أي أنه إذا كان : a و b مثلثاً قائم الزاوية في c فإن :

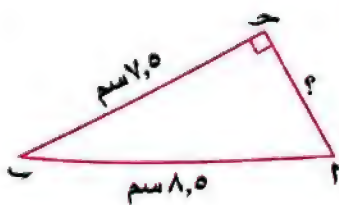
$$a^2 + b^2 = c^2$$

ومن العلاقة السابقة يمكن استنتاج العلاقتين الآتيتين :

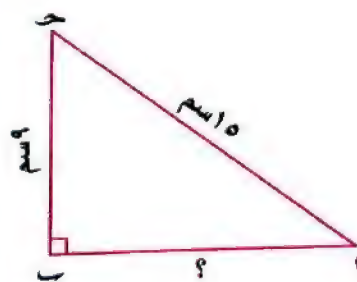
$$a^2 - c^2 = -b^2 \quad , \quad b^2 - c^2 = -a^2$$

مثال ١

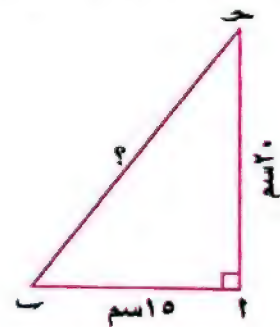
في كل من الأشكال الآتية أوجد طول الضلع المشار إليه بالعلامة (؟) :



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

الحل

شكل (١) : $\Delta a b c$ قائم الزاوية في c

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 15^2 + 20^2 = c^2 \Rightarrow 225 + 400 = c^2 \Rightarrow 625 = c^2$$

$$\therefore c = \sqrt{625} = 25 \text{ سم}$$

شكل (٢) : $\therefore \Delta$ ا ب ح قائم الزاوية في ب

$$\therefore \Delta \text{ ا ب ح قائم الزاوية في ب} \therefore \angle \text{ا} = 90^\circ \therefore \angle \text{ب} = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

$$\therefore \Delta \text{ ا ب ح قائم الزاوية في ب} \therefore \angle \text{ب} = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

شكل (٣) : $\therefore \Delta$ ا ب ح قائم الزاوية في ح

$$\therefore \Delta \text{ ا ب ح قائم الزاوية في ح} \therefore \angle \text{ح} = 90^\circ \therefore \angle \text{ا} = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

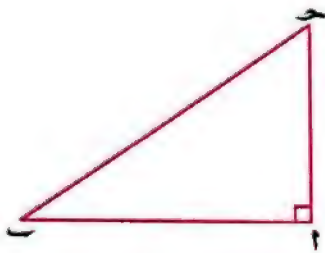
$$\therefore \Delta \text{ ا ب ح قائم الزاوية في ح} \therefore \angle \text{ح} = 90^\circ \therefore \angle \text{ا} = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

١ جاول بنفسك

في الشكل المقابل :

ا ب ح مثلث قائم الزاوية في ا

أكمل الجدول التالي :



.....	٢٠ سم	١٢ سم	١٢ سم	٨ سم	ا ب
.....	٩ سم	٦ سم	ا ح
.....	٢٥ سم	١٣ سم	ب ح

٢ مثال

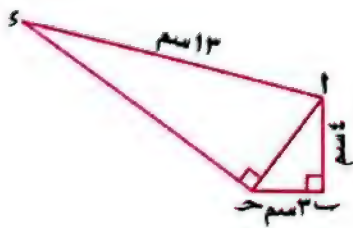
في الشكل المقابل :

ا ب ح د شكل رباعي فيه : $\angle \text{ا} = 90^\circ$

ا ب = ٤ سم ، ب ح = ٣ سم ، ا د = ١٣ سم

أوجد : طول كل من ا ح ، ح د

الحل



المعطيات : $\angle \text{ا} = 90^\circ$

ا ب = ٤ سم ، ب ح = ٣ سم ، ا د = ١٣ سم

المطلوب : إيجاد : طول كل من ا ح ، ح د

البرهان

$\therefore \Delta ABC$ قائم الزاوية في B

$$\therefore (AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \text{ (فيثاغورث)}$$

$$\therefore 25 = 9 + 16 = (3)^2 + (4)^2 = (AC)^2$$

$$\therefore AC = \sqrt{25} = 5 \text{ سم}$$

$\therefore \Delta ACD$ قائم الزاوية في C

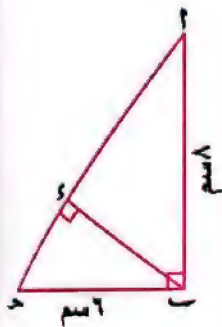
$$\therefore (AD)^2 = (AC)^2 + (CD)^2 \text{ (فيثاغورث)}$$

$$144 = 25 - 169 = (AD)^2 - (13)^2 =$$

$$\therefore AD = \sqrt{144} = 12 \text{ سم}$$

(المطلوب أولاً)

(المطلوب ثانياً)



مثال ٣

في الشكل المقابل :

ΔABC مثلث قائم الزاوية في B

$BE \perp AC$ ، $AB = 8 \text{ سم}$ ، $BC = 6 \text{ سم}$

أوجد : طول BE

الحل

المعطيات : ΔABC قائم الزاوية في B ، $BE \perp AC$ ، $AB = 8 \text{ سم}$ ، $BC = 6 \text{ سم}$

المطلوب : إيجاد : طول BE

البرهان : $\therefore \Delta ABC$ قائم الزاوية في B

$$\therefore (AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \text{ (فيثاغورث)}$$

$$\therefore 100 = 64 + 36 = (AC)^2 \therefore AC = \sqrt{100} = 10 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{مساحة } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \text{مساحة } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times AC \times BE$$

$$\therefore 24 = \frac{1}{2} \times 10 \times BE$$

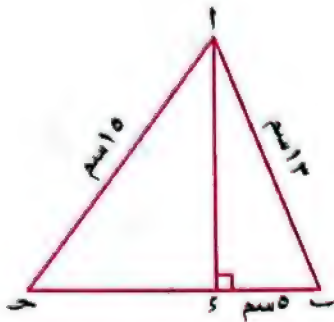
$$\therefore BE \times 5 = 24$$

$$\therefore BE = \frac{24}{5} = 4.8 \text{ سم}$$

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ١٣ سم ، أ ح = ١٥ سم

، \exists د ح بحيث أ د \perp ب ح ، د ح = ٥ سم

أكمل البرهان التالي لإيجاد : طول د ح

∴ Δ أ ب د قائم الزاوية في د

$$\dots\dots\dots = \angle(\dots\dots\dots) - \angle(\dots\dots\dots) = \angle(\dots\dots\dots) - \angle(ب أ) = \angle(د أ) \therefore$$

$$\text{سم} \dots\dots\dots = \sqrt{\dots\dots\dots} = د أ \therefore$$

∴ Δ د أ ح قائم الزاوية في د ،

$$\dots\dots\dots = \angle(\dots\dots\dots) - \angle(\dots\dots\dots) = \angle(د أ) - \angle(\dots\dots\dots) = \angle(د ح) \therefore$$

(وهو المطلوب)

$$\text{سم} \dots\dots\dots = \sqrt{\dots\dots\dots} = د ح \therefore$$

$$\bullet \text{ } \angle \text{أ ب د} = ٥١^\circ \text{ ، } \angle \text{أ ح د} = ٥١^\circ$$

$$\bullet \text{ } \angle \text{أ د ب} = ٥١^\circ \text{ ، } \angle \text{أ د ح} = ٥١^\circ$$

$$\bullet \text{ } \angle \text{أ د ح} = ٦١^\circ \text{ ، } \angle \text{أ د ب} = ٦١^\circ$$

المسألة ١٢٣

معلومة إراثية للاطلاع فقط

يمكنك الحصول على ثلاثة أعداد تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية كما يلي :

١ إذا كان : m عدد زوجي أكبر من ٢ فإن الأعداد : m ، $1 - \left(\frac{m}{2}\right)^2$ ، $1 + \left(\frac{m}{2}\right)^2$

تمثل ثلاثة أطوال لأضلاع مثلث قائم الزاوية كما يتضح من الجدول التالي :

m	$1 - \left(\frac{m}{2}\right)^2$	$1 + \left(\frac{m}{2}\right)^2$	أطوال أضلاع المثلث القائم
٤	$3 = 1 - \frac{16}{4}$	$5 = 1 + \frac{16}{4}$	٥ ، ٣ ، ٤
٦	$8 = 1 - \frac{36}{4}$	$10 = 1 + \frac{36}{4}$	١٠ ، ٨ ، ٦
٨	$15 = 1 - \frac{64}{4}$	$17 = 1 + \frac{64}{4}$	١٧ ، ١٥ ، ٨
١٠	$24 = 1 - \frac{100}{4}$	$26 = 1 + \frac{100}{4}$	٢٦ ، ٢٤ ، ١٠

٢ إذا كان : m عدد فردي أكبر من ٢ فإن الأعداد : m ، $\frac{1 - m^2}{2}$ ، $\frac{1 + m^2}{2}$

تمثل ثلاثة أطوال لأضلاع مثلث قائم الزاوية كما يتضح من الجدول التالي :

m	$\frac{1 - m^2}{2}$	$\frac{1 + m^2}{2}$	أطوال أضلاع المثلث القائم
٣	$4 = \frac{1 - 9}{2}$	$5 = \frac{1 + 9}{2}$	٥ ، ٤ ، ٣
٥	$12 = \frac{1 - 25}{2}$	$13 = \frac{1 + 25}{2}$	١٣ ، ١٢ ، ٥
٧	$24 = \frac{1 - 49}{2}$	$25 = \frac{1 + 49}{2}$	٢٥ ، ٢٤ ، ٧
٩	$40 = \frac{1 - 81}{2}$	$41 = \frac{1 + 81}{2}$	٤١ ، ٤٠ ، ٩

تمارين 7

على نظرية فيثاغورث



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

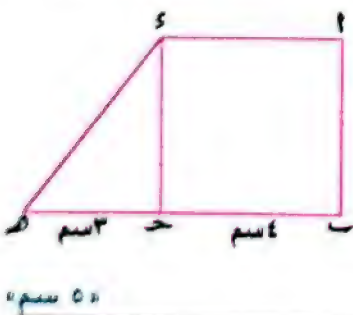
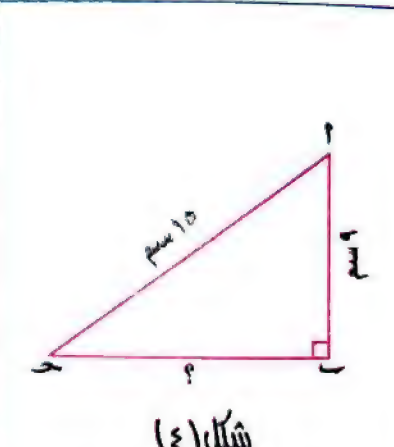
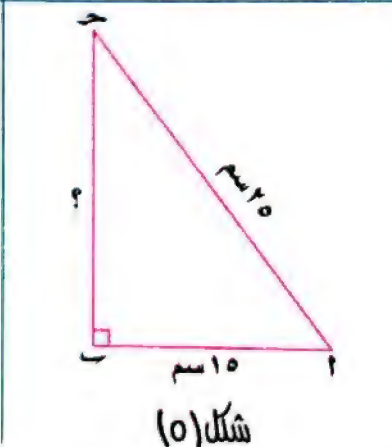
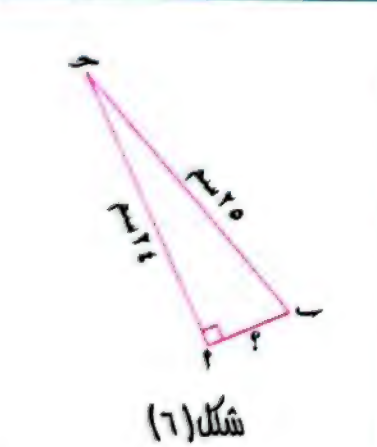
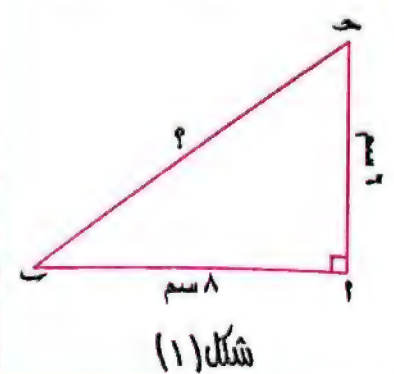
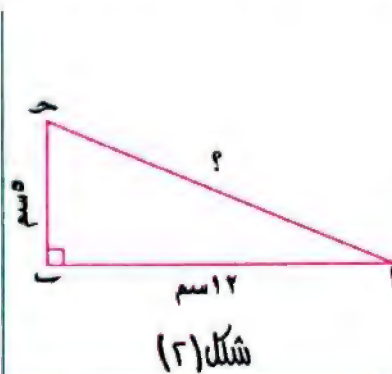
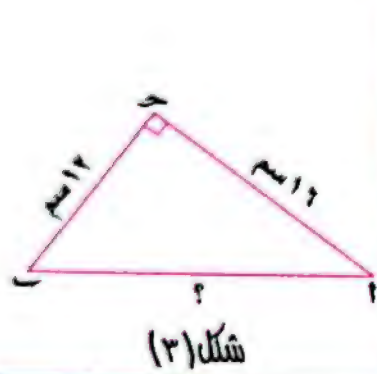
حل مشكلات

تطبيق

فهم

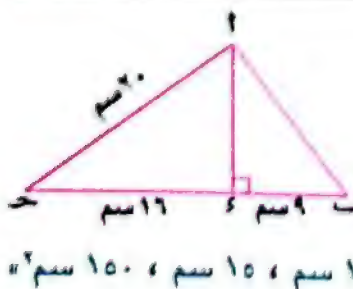
تذكر

1 في كل من الأشكال التالية أوجد طول الضلع المشار إليه بالعلامة (؟) :



2 في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع طول ضلعه ٤ سم
هـ د ب ح د بحيث ح د = ٢ سم
أوجد : طول د هـ



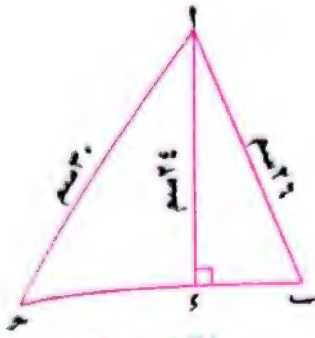
3 في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع طول ضلعه ٩ سم
هـ د ب ح د بحيث ح د = ٢٠ سم
أوجد : (١) د هـ (٢) أ ب (٣) مساحة د هـ أ ب ح

٤ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : $\overline{أ د} \perp \overline{ب ح}$ فإذا كان : $أ د = ٢٤$ سم، $أ ب = ٢٦$ سم ، $أ ح = ٢٠$ سمأوجد : $ب ح$

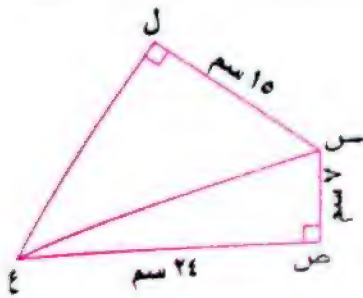
واحسب : مساحة المثلث أ ب ح



« ٢٨ سم ، ٢٢ سم »

٥ في الشكل المقابل :

س ص ع ل شكل رباعي فيه :

 $\angle (د س ل ع) = \angle (د س ص ع) = ٩٠^\circ$ ، $س ص = ٧$ سم ، $ص ع = ٢٤$ سم ، $س ل = ١٥$ سمأوجد طول كل من : $\overline{س ع}$ ، $\overline{ل ع}$ 

« ٢٥ سم ، ٢٠ سم »

٦ في الشكل المقابل :

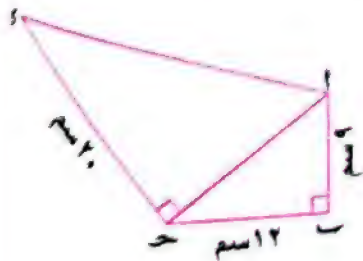
 $\angle (د ب) = \angle (د أ ح د) = ٩٠^\circ$ ، $أ ب = ٩$ سم ، $ب ح = ١٢$ سم، $د ح = ٢٠$ سم

أوجد : ١ طول أ ح

٢ طول أ د

٣ محيط الشكل أ ب ح د

٤ مساحة الشكل أ ب ح د



« ١٥ سم ، ٢٥ سم ، ٦٦ سم ، ٢٠ سم »

٧ في الشكل المقابل :

أ ب د مثلث قائم الزاوية في ب فيه :

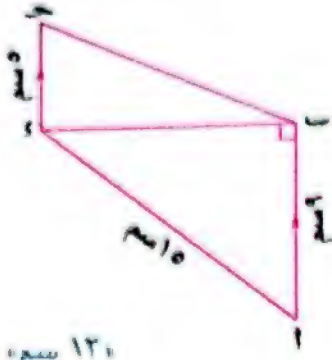
، $أ ب = ٨$ سم ، $أ د = ١٧$ سم ، $ب د \perp أ د$

بحيث أ ح = ١٠ سم

أوجد طول كل من : $\overline{ب ح}$ ، $\overline{ب د}$ ، $\overline{أ د}$ 

« ٦ سم ، ١٥ سم ، ٩ سم »

في الشكل المقابل :



« ١٢ سم »

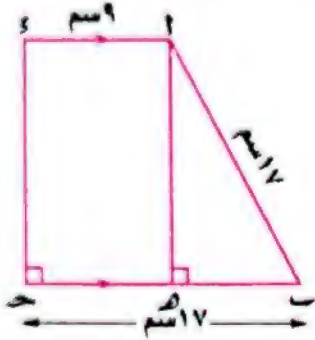
ن (د ا ب) = 90° ، $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ،

، $AB = 9$ سم ، $AC = 15$ سم

، $BC = 5$ سم

احسب : طول \overline{DE}

في الشكل المقابل :



« ١٥ سم ، ١٩٥ سم »

ا ب ح د شبه منحرف فيه : $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$

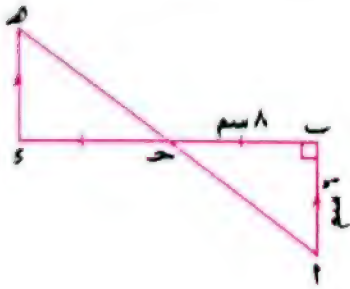
، ن (د ا ب) = 90° ، $\overline{DE} \perp \overline{AB}$

، $AB = BC = 17$ سم ، $AC = 9$ سم

أوجد : طول \overline{DE}

واحسب : مساحة شبه المنحرف.

في الشكل المقابل :



« ١٠ سم »

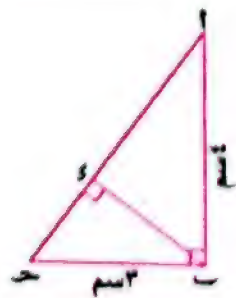
$\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ، $\{D\} = \overline{DE} \cap \overline{AB}$

، $AB = 6$ سم ، $BC = 8$ سم

، ح منتصف \overline{AB}

احسب : طول \overline{DE}

في الشكل المقابل :



« ٢ ، ٤ سم »

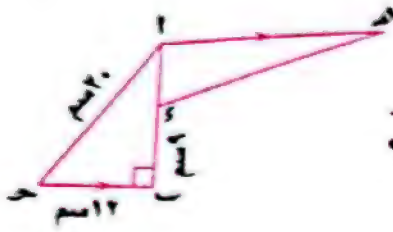
ا ب ح مثلث قائم الزاوية في \overline{C}

، $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ، $AB = 4$ سم

، $BC = 2$ سم

أوجد : طول \overline{DE}

١٢ في الشكل المقابل :



١- ح مثلث فيه : $\angle D = 90^\circ$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

فإذا كان : $AD = 12$ سم ، $AC = 20$ سم ، $AB \cong BC$

حيث $BD = 9$ سم ، $AD = 12$ سم

أوجد طول كل من : BC ، CD

٧ سم ، ٢٥ سم

١٣ أكمل ما يأتي :

١- في المثلث القائم الزاوية تكون مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوى

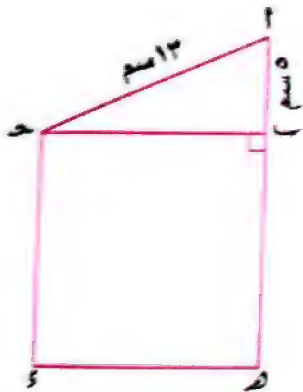
٢- إذا كان : $BC = 12$ سم ، $AC = 16$ سم ، $AB = 20$ سم

، $BD = 9$ سم فإن : $CD =$ سم

٣- إذا كان : $AD = 12$ سم ، $AC = 20$ سم ، $AB = 25$ سم

وكان : $AD = 12$ سم ، $AC = 20$ سم ، $AB = 25$ سم

فإن : $BC =$ سم



٤ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\angle D = 90^\circ$ ، $AD = 12$ سم ، $AC = 20$ سم

، $AB = 25$ سم

فإن مساحة المربع $ABCD =$ سم^٢

٥- مستطيل طوله ٨ سم وعرضه ٦ سم فإن طول قطره يساوى سم

٦- إذا كانت مساحة مستطيل تساوى ٦٠ سم^٢ وعرضه ٥ سم فإن طول قطره

يساوى سم

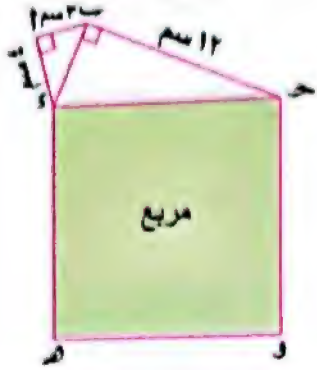
٧ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\triangle ABC$ قائم الزاوية فى B

فإن : طول ضلع المربع المظلل = سم



٨ في الشكل المقابل :

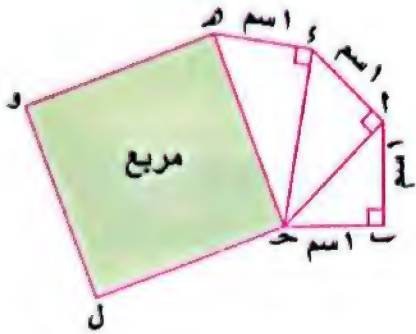


إذا كان : Δ أ ب د قائم الزاوية في ١

، Δ ب ح د قائم الزاوية في ب

فإن مساحة المربع المظلل = سم^٢

٩ في الشكل المقابل :



إذا كانت المثلثات أ ب ح ، أ ح د ، د ح هـ

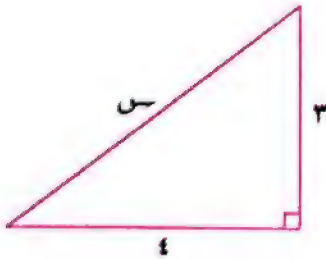
قائمة الزوايا في ب ، ١ ، د على الترتيب

، $\angle ب = \angle ح = \angle د = \angle هـ = ١$ سم

فإن مساحة المربع المظلل = سم^٢

١٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في الشكل المقابل :



أى مما يأتى يمثل علاقة رياضية صحيحة ؟

(١) $س = ٣ + ٤$

(ب) $س^2 = ٣^2 + ٤^2$

(ج) $١٦ = ٩ + س^2$

(د) $٢٥ = س^2$

٢ في الشكل المقابل :



أى مما يأتى يمثل علاقة رياضية صحيحة ؟

(١) $١٥ = س + ٣ + س$

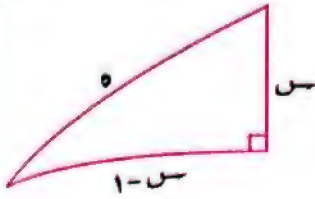
(ب) $١٠٨ = س^2 + ٣$

(ج) $س^2 - ١٥ = ٣ + س$

(د) $٢٢٥ = ٩ + س + ٦$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٣ في الشكل المقابل :



أى مما يأتى يمثل علاقة رياضية صحيحة ؟

(١) $٥ = ٢(١ - س) + ٢س$ (ب) $٥ = (١ - س) + س$

(ج) $١٢ = س - ٢س$ (د) $٢٥ = ٢س - ٢(١ - س)$

٤ إذا كان : ١٢ حء مربعاً فإن : $٢(١ - س) = \dots\dots\dots$

(١) ١٢ (ب) $٢(١ - س)$ (ج) $٢(١ - س)$ (د) $٢(١ - س)$

تطبيقات حياتية



١٥ يقوم عامل بتنظيف شباك باستخدام سلم طوله

٥ أمتار ، يسند العامل السلم على الحائط بحيث تكون

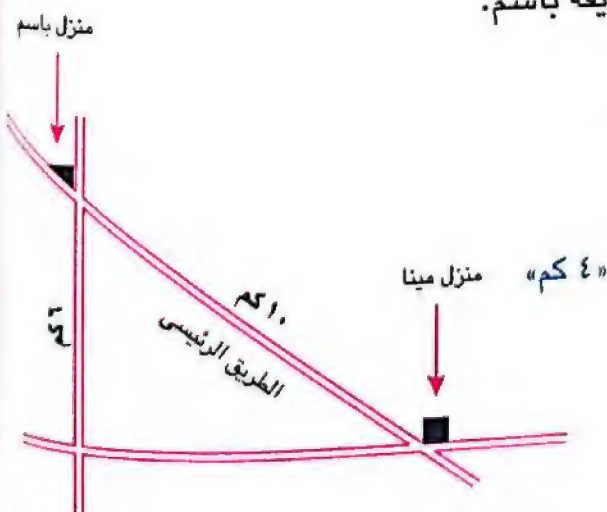
قمة السلم على ارتفاع ٤ أمتار من الأرض.

ما بُعد الحائط عن قاعدة السلم ؟ « ٣ م »

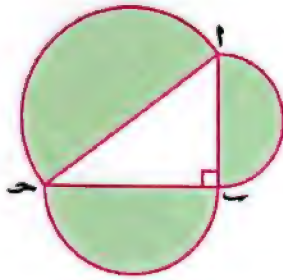
١٦ أراد مينا الذهاب من منزله إلى منزل صديقه باسم.

ما المسافة التى يوفرها إذا سلك الطريق

الرئيسى بدلاً من الطريقين الآخرين ؟



١٧ إذا كان : $\angle C$ مثلثاً قائم الزاوية في $\triangle ABC$ ، D منتصف AB
 أثبت أن : $\angle C = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - \angle B$



١٨ في الشكل المقابل :

أثبت أن مجموع مساحتي نصفي الدائرتين المرسومتين
 على ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية يساوي
 مساحة نصف الدائرة المرسومة على الوتر.

[علمًا بأن : مساحة الدائرة = πr^2]



فى هذا الدرس سوف نتعرف على معنى التحويلة الهندسية، كما سنتعرف سريعاً على ثلاثة أنواع منها، وهى :

١ الانعكاس.

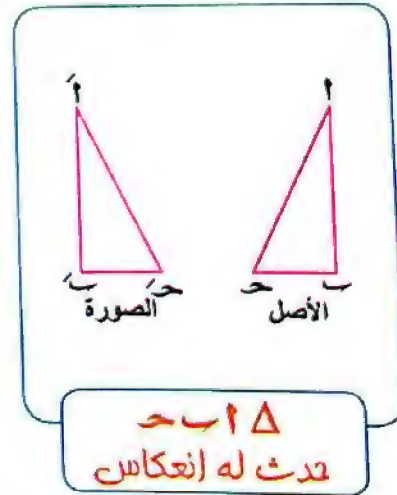
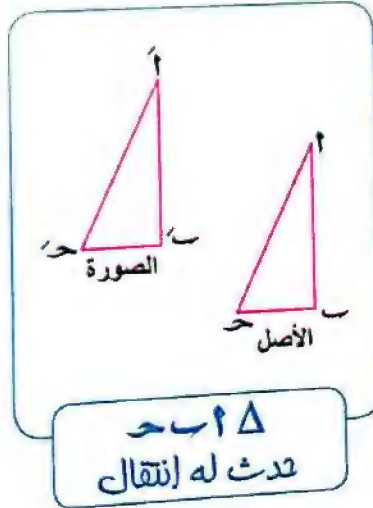
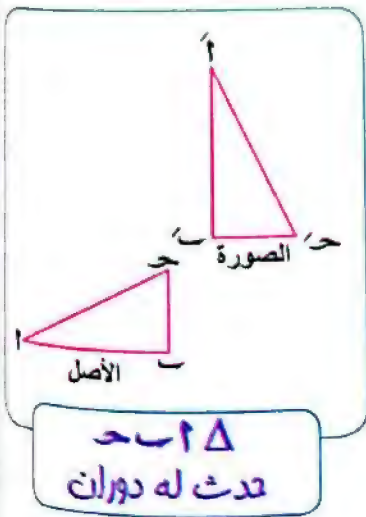
٢ الانتقال.

٣ الدوران.

وسوف ندرس كلاً منها بالتفصيل فى الدروس القادمة.

مفهوم التحويلة الهندسية

★ فى كل من الأشكال الآتية لاحظ صورة المثلث $\triangle ABC$:



فى كل من الأشكال السابقة لاحظ أن :

النقطة A تتحول إلى A' ، النقطة B تتحول إلى B' ، النقطة C تتحول إلى C' وهكذا كل نقاط $\triangle ABC$ تتحول إلى وضع آخر فيقال إن $\triangle A'B'C'$ تحول من وضع إلى آخر.

مما سبق نستنتج أنه :

إذا تحركت كل نقاط الشكل الهندسي طبقاً لنظام محدد فإننا نحصل على صورة أخرى في وضع جديد لنفس الشكل الهندسي فيقال إن هذا الشكل تحت تأثير تحويل هندسية.
أي أن : التحويلة الهندسية تحول كل نقطة ن في المستوى إلى نقطة ن' في نفس المستوى.

مثال

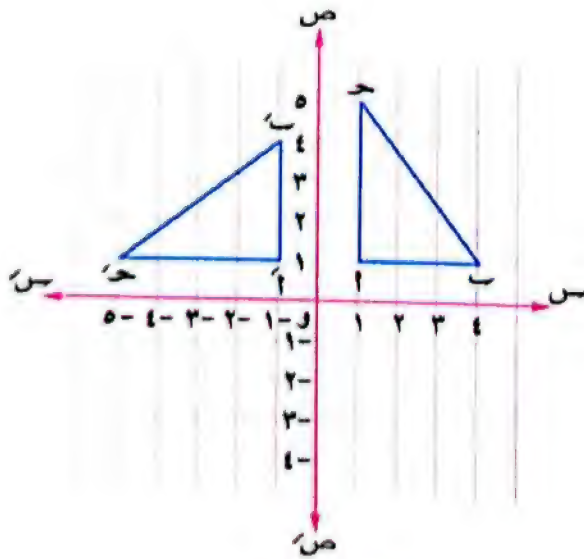
ارسم صورة المثلث أ ب ح حيث أ (١ ، ١) ، ب (١ ، ٤) ، ح (١ ، ٥) حسب كل من التحويلات الهندسية الآتية وِصف نوعها :

١ (س ، ص) ← (س ، ص) ٢ (س ، ص) ← (س ، ص)

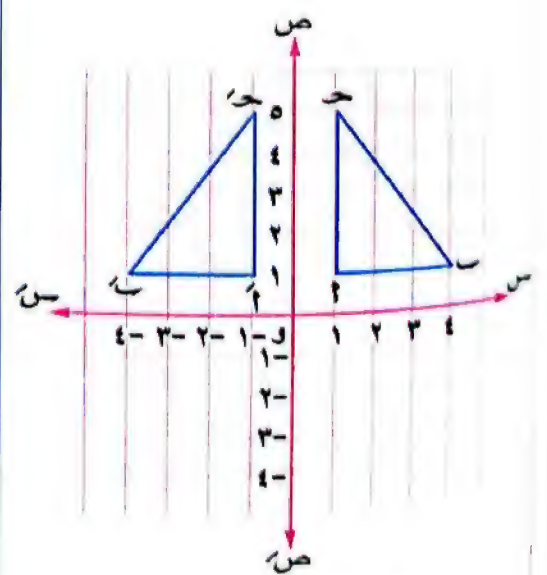
٣ (س ، ص) ← (س ، ص - ٥)

الحل

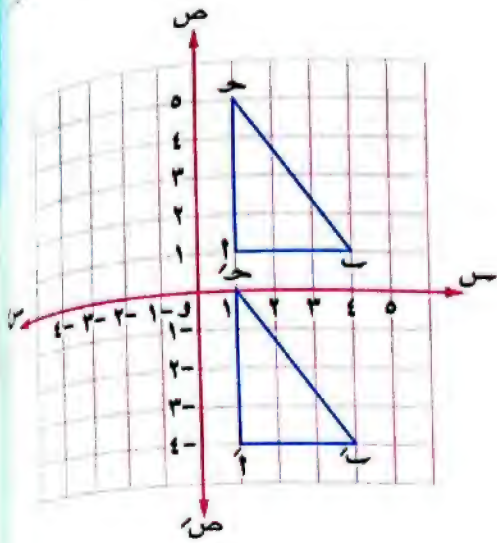
١. أ (١ ، ١) ← (١ ، ١) ب (١ ، ٤) ← (١ ، ٤) ح (١ ، ٥) ← (١ ، ٥)
٢. أ (١ ، ١) ← (١ ، ١) ب (١ ، ٤) ← (١ ، ٤) ح (١ ، ٥) ← (١ ، ٥)
٣. أ (١ ، ١) ← (١ ، ١) ب (١ ، ٤) ← (١ ، ٤) ح (١ ، ٥) ← (١ ، ٥)



نوع التحويلة : دوران



نوع التحويلة : انعكاس



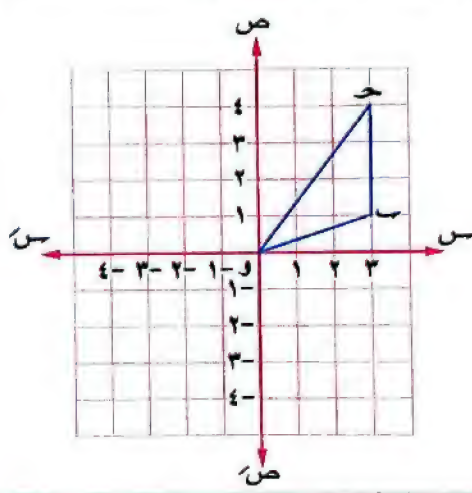
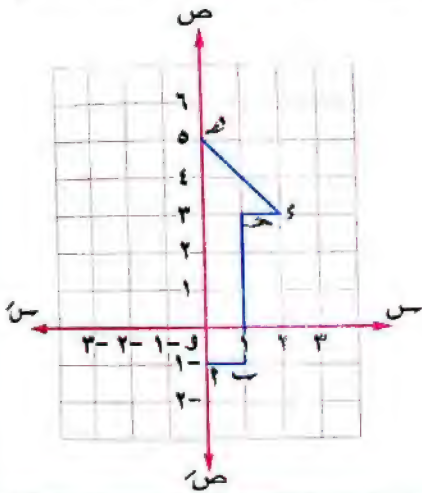
٣. ٢٠ (١، ١) ← (٥، ص) (٥، ص) ← (٤، ١)
 • (١، ٤) ← (٥، ص) (٥، ص) ← (٤، ٤)
 • (٥، ١) ← (٥، ص) (٥، ص) ← (٠، ١)

نوع التحويلة : انتقال

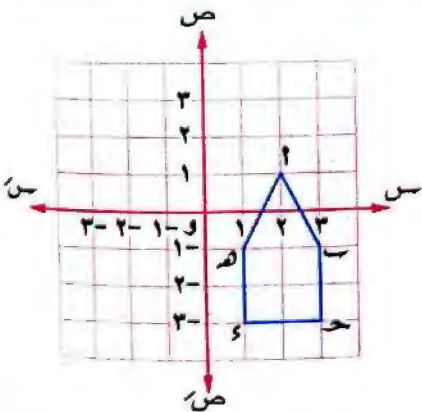
حاول بنفسك

ارسم صورة كل شكل من الأشكال الآتية حسب التحويلة الهندسية ثم صف نوعها :

١ (س، ص) ← (س، -ص) ٢ (س، ص) ← (-س، -ص)



٣ (س، ص) ← (س، ص + ٢)



تمارين 8

على التحويلات الهندسية



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

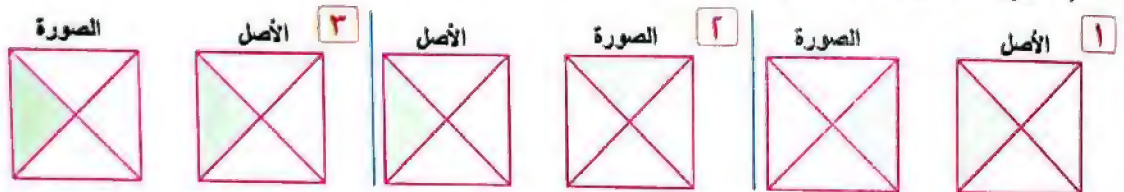
فهم

تذكر

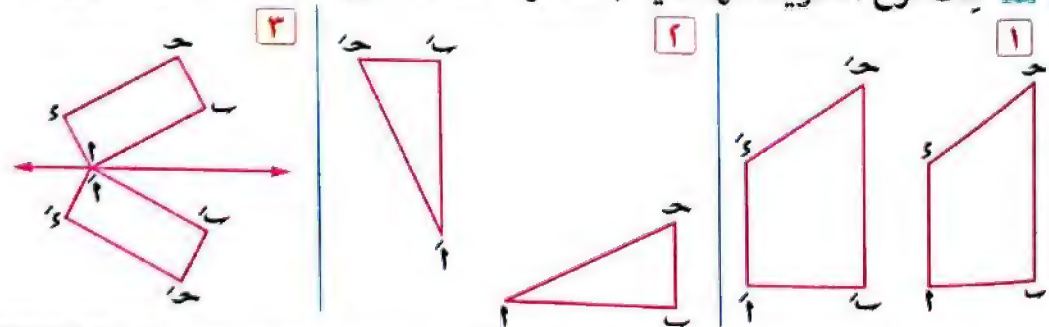
صِف نوع التحويلة الهندسية (انعكاس - انتقال - دوران) في كل مما يأتي :



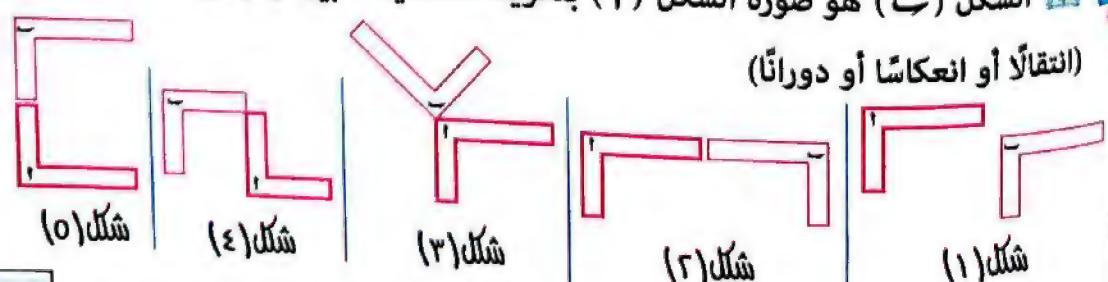
اكتب نوع التحويلة الهندسية (انعكاس - انتقال - دوران) :



صِف نوع التحويلة الهندسية (انعكاس - انتقال - دوران) في كل شكل مما يلي :

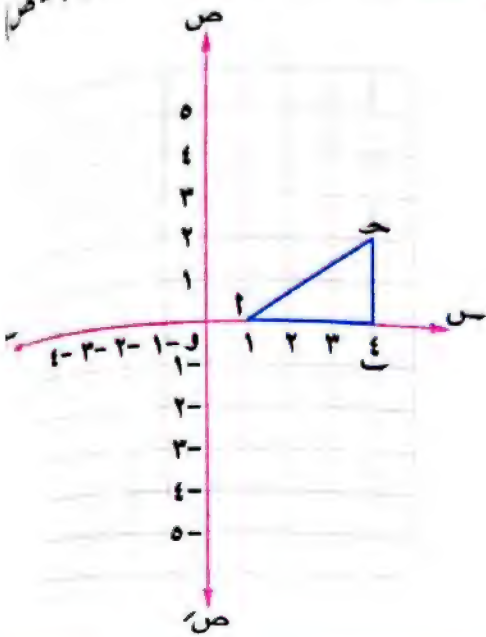


الشكل (ب) هو صورة الشكل (أ) بتحويلة هندسية ، بين نوعها في كل حالة :

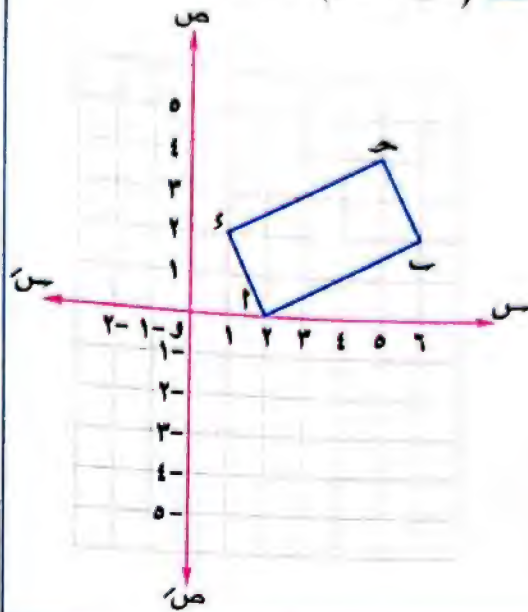


ارسم صورة كل شكل من الأشكال الآتية حسب التحويلة الهندسية الموضحة ثم صف نوعها:

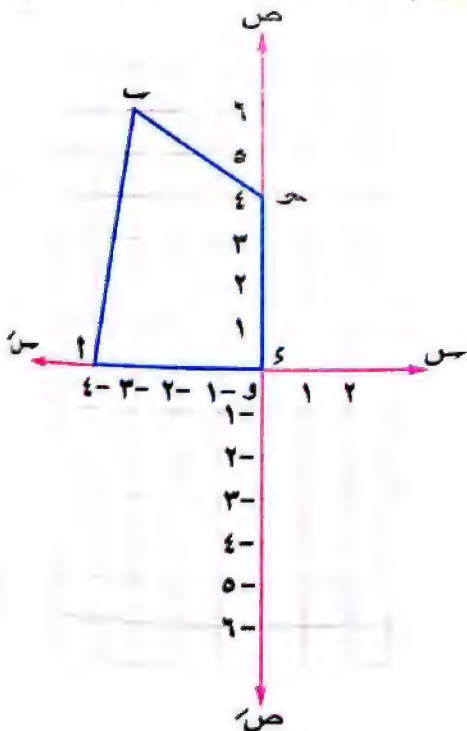
٢ (س، ص) ← (س، -ص)



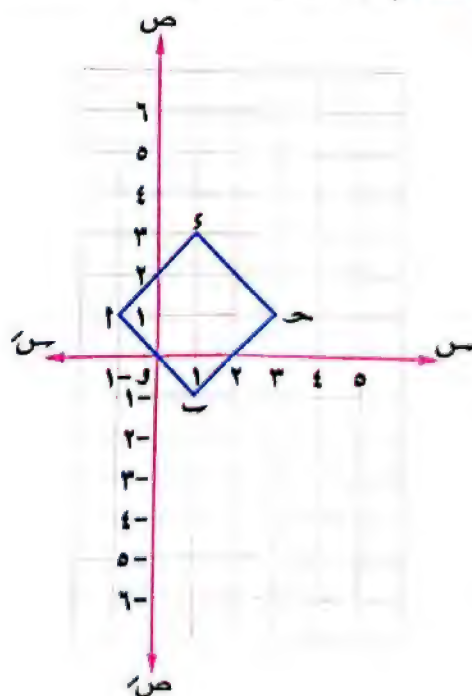
١ (س، ص) ← (س، -ص)



٤ (س، ص) ← (ص، -س)



٣ (س، ص) ← (س+٢، ص+٢)

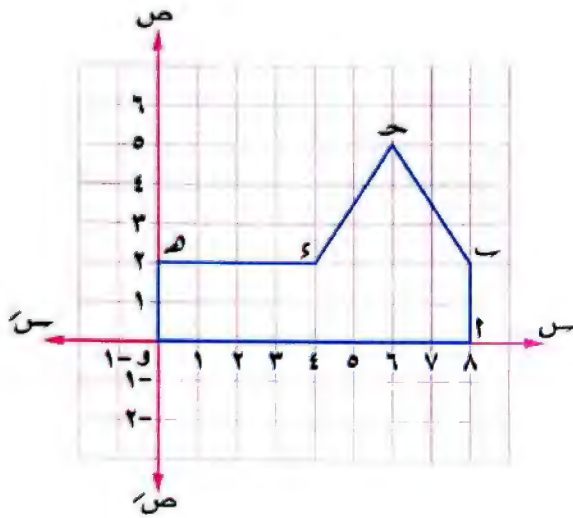


١ ارسم صورة Δ أ ب ح حيث : أ (٢ ، ١) ، ب (٢ ، ٣) ، ح (٥ ، ٣) بكل من التحويلات الهندسية الآتية :

- ١ (س ، ص) \leftarrow (س ، - ص)
- ٢ (س ، ص) \leftarrow (س + ١ ، ص - ٣)
- ٣ (س ، ص) \leftarrow (- ص ، س)

٢ ارسم صورة المضلع أ ب ح د ه و حسب التحويلة الهندسية الموضحة

ثم صف نوعها :



- ١ (س ، ص) \leftarrow (- س ، ص)
- ٢ (س ، ص) \leftarrow (س ، ص + ٥)
- ٣ (س ، ص) \leftarrow (- س ، - ص)
- ٤ (س ، ص) \leftarrow (س - ٥ ، ص)
- ٥ (س ، ص) \leftarrow (س ، - ص)

للمتفوقين

٨ ارسم Δ أ ب ح الذي صورته أ ب ح بالتحويلة الهندسية (س ، ص) \leftarrow (- ص ، س) حيث أ (١ ، ١) ، ب (١ ، ٣) ، ح (٤ ، ١-). ثم صف نوع التحويلة.



تمهيد



إذا وقفت مباشرة أمام مرآة مستوية ، فإنك ترى صورتك منعكسة فى المرآة بنفس الحجم والتفاصيل، وسوف تلاحظ أن بُعد الصورة عن المرآة يساوى نفس بُعدك الحقيقى عن المرآة فإذا اقتربت من المرآة تجد أن صورتك أيضاً تقترب منها.

تعريف الانعكاس فى مستقيم

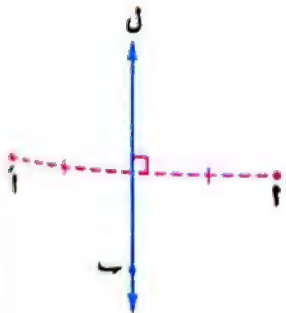
الانعكاس فى مستقيم l يحول كل نقطة A إلى النقطة A' فى نفس المستوى بحيث :

١ إذا كانت $A \notin l$ المستقيم l

فإن : المستقيم l هو المنصف العمودى للقطعة المستقيمة AA'

٢ إذا كانت $A \in l$ المستقيم l

فإن : A تنعكس على نفسها أى أن : $A' = A$ تنطبق على A



إيجاد صورة نقطة بالانعكاس في مستقيم معلوم

* لإيجاد أ صورة ب بالانعكاس في المستقيم ل نتبع ما يلي :

١ ارسم قوساً من دائرة مركزها نقطة ب

يقطع ل في النقطتين ب ، ح



٢ بنفس الفتحة السابقة نركز في ب ، ح ونرسم قوسين في الجهة الأخرى من المستقيم ل ليتقاطعا

في نقطة أ فتكون هي صورة ب بالانعكاس في ل

• تحقق بالقياس أن : $\overline{AA} \perp L$ ، ل ينصف \overline{AA}



إيجاد صورة مضلع بالانعكاس في مستقيم معلوم

* لإيجاد صورة مضلع وليكن $\triangle ABC$ بالانعكاس في المستقيم ل نتبع ما يلي :

١ نوجد صورة كل رأس من رؤوس $\triangle ABC$

بالانعكاس في المستقيم ل كما ذكرنا سابقاً ولتكن

أ صورة ب ، ب صورة ح ، ح صورة أ



٢ نرسم $\overline{AA'}$ ، $\overline{BB'}$ ، $\overline{CC'}$ فيكون $\triangle A'B'C'$

هو صورة $\triangle ABC$ بالانعكاس في المستقيم ل



• تحقق بالقياس أن :

$$* \overline{AA'} = \overline{AA'} , \overline{BB'} = \overline{BB'} , \overline{CC'} = \overline{CC'} \quad \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$$

$$* \angle A = \angle A' , \angle B = \angle B' , \angle C = \angle C' , \text{ و } \angle A = \angle A' , \angle B = \angle B' , \angle C = \angle C'$$

مما سبق نستنتج أن :

الانعكاس هو «تحويلة هندسية» تحول الشكل الهندسى إلى شكل هندسى آخر مطابق له (أى : متساوى معه فى أطوال أضلاعه وقياسات زواياه) بينما يختلف معه فى اتجاه قراءة الشكل

لاحظ أن : قراءة ΔABC تسير فى اتجاه دوران عقارب الساعة ↻

بينما قراءة ΔABC تسير فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة ↻

خواص الانعكاس فى مستقيم

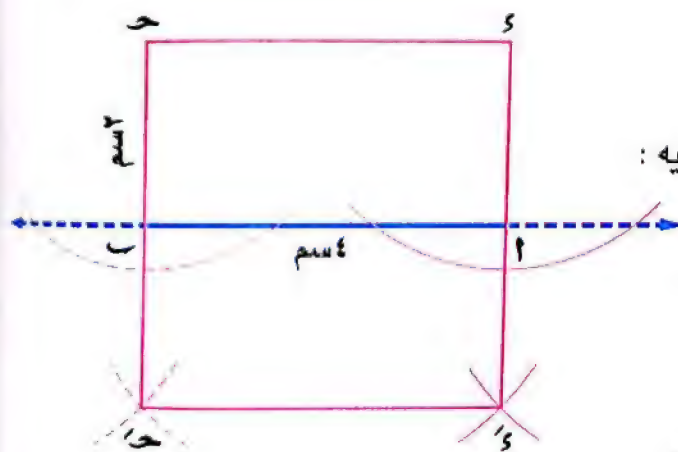
مثال توضيحي

ارسم صورة المستطيل $ABCD$ الذى فيه : $A = 1$ سم ، $E = 4$ سم ، $B = 2$ سم بالانعكاس فى \overleftrightarrow{AB}

الحل

أولاً :

نرسم المستطيل $ABCD$ الذى فيه :



$A = 1$ سم ، $E = 4$ سم ، $B = 2$ سم

ثانياً :

لإيجاد صورة المستطيل $ABCD$

بالانعكاس فى \overleftrightarrow{AB} نتبع ما يلى :

١ صورة A ، صورة B بالانعكاس فى \overleftrightarrow{AB} هما نفسهما لأنهما تنتميان إليه.

٢ نوجد صورة E بالانعكاس فى \overleftrightarrow{AB} ولنكن E' ، صورة C بالانعكاس فى \overleftrightarrow{AB} ولنكن C'

فنحصل على المستطيل $A'B'C'D'$ ليكون هو صورة المستطيل $ABCD$ بالانعكاس فى \overleftrightarrow{AB}

<p>الانعكاس في مستقيم يحافظ على أطوال القطع المستقيمة.</p>	<p>1 أي أن $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ ، $\overline{AC} = \overline{A'C'}$ ، $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ ، \overline{AB} ضلع مشترك</p>
<p>الانعكاس في مستقيم يحافظ على قياسات الزوايا.</p>	<p>2 أي أن $\angle A = \angle A'$ ، $\angle B = \angle B'$ ، $\angle C = \angle C'$ ، $\angle D = \angle D'$ ، $\angle E = \angle E'$ ، $\angle F = \angle F'$</p>
<p>الانعكاس في مستقيم يحافظ على التوازي.</p>	<p>3 من المستطيل $ABCD$: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، من المستطيل $A'B'C'D'$: $\overline{A'B'} \parallel \overline{D'C'}$ ، ∴ صورتا قطعتين مستقيمتين متوازيتين هما قطعتان مستقيمتان متوازيتان أيضًا.</p>
<p>الانعكاس في مستقيم لا يحافظ على الاتجاه الدوراني لترتيب رؤوس الشكل.</p>	<p>4 قراءة المستطيل $ABCD$ تسير في اتجاه دوران عقارب الساعة بينما قراءة المستطيل $A'B'C'D'$ تسير في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة.</p>
<p>الانعكاس في مستقيم يحافظ على البينية.</p>	<p>5 إذا أخذت نقطة تقع على \overline{AB} ووجدت صورتها بالانعكاس في $\overline{A'B'}$ ستجد أن صورتها تقع على $\overline{A'B'}$</p>



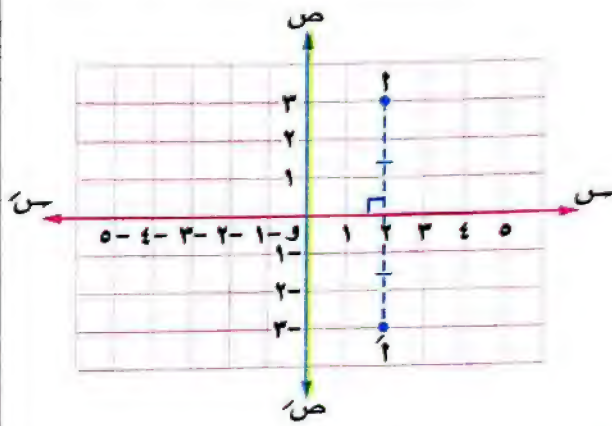
خدا ع بصرى

انظر إلى الصورة ... ماذا ترى ؟!

الانعكاس في المستوى الإحداثي

الانعكاس في محور السينات

- لإيجاد صورة النقطة $P(2, 2)$ بالانعكاس في \overleftrightarrow{SS} (محور السينات):
نرسم $\overleftrightarrow{PP'}$ بحيث يكون \overleftrightarrow{SS} هو محور تماثلها.



- نجد أن: $P(2, 2) \rightarrow P'(2, -2)$
أي أن: الانعكاس في محور السينات يغير إشارة المسقط الثاني (الصادي)

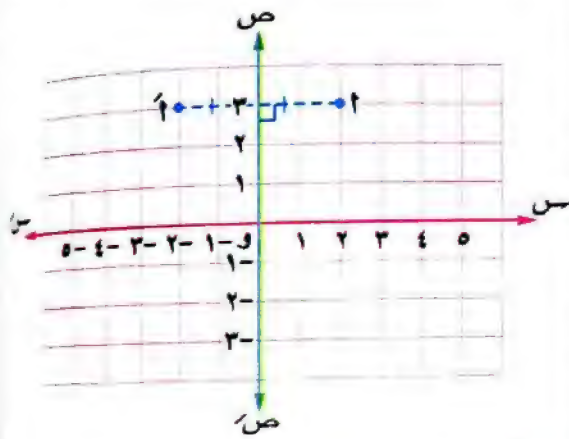
$P(س, ص) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور السينات}} P'(س, -ص)$

فمثلاً:

- $P(4, 2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور السينات}} P'(4, -2)$
- $P(-1, 2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور السينات}} P'(-1, -2)$
- $P(3, -5) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور السينات}} P'(3, 5)$
- $P(-2, 7) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور السينات}} P'(-2, -7)$

الانعكاس في محور الصادات

- لإيجاد صورة النقطة $P(2, 2)$ بالانعكاس في $\overleftrightarrow{صص}$ (محور الصادات):
نرسم $\overleftrightarrow{PP'}$ بحيث يكون $\overleftrightarrow{صص}$ هو محور تماثلها.



- نجد أن: $P(2, 2) \rightarrow P'(-2, 2)$
أي أن: الانعكاس في محور الصادات يغير إشارة المسقط الأول (السيني)

$P(س, ص) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور الصادات}} P'(-س, ص)$

فمثلاً:

- $P(4, 2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور الصادات}} P'(-4, 2)$
- $P(-1, 2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور الصادات}} P'(1, 2)$
- $P(3, -5) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور الصادات}} P'(-3, -5)$
- $P(-2, 7) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور الصادات}} P'(2, 7)$

ملاحظات

١ صورة النقطة (س ، ٠) بالانعكاس في محور السينات هي نفسها لأنها واقعة على محور السينات.

فمثلاً: (٠ ، ٥) بالانعكاس في محور السينات ← (٠ ، ٥)

٢ صورة النقطة (٠ ، ص) بالانعكاس في محور الصادات هي نفسها لأنها واقعة على محور الصادات.

فمثلاً: (٣- ، ٠) بالانعكاس في محور الصادات ← (٣- ، ٠)

٣ صورة النقطة (٠ ، ٠) بالانعكاس في محور السينات وبالانعكاس في محور الصادات هي نفسها لأنها تقع على كل من المحورين.

حاول بنفسك

أكمل الجدول التالي :

النقطة	(١ ، ٥)	(٣- ، ٢)	(٤ ، ١-)	(٦- ، ٢-)	(١- ، ٠)	(٠ ، ٣)	(٠ ، ٠)
صورتها بالانعكاس في محور السينات
صورتها بالانعكاس في محور الصادات

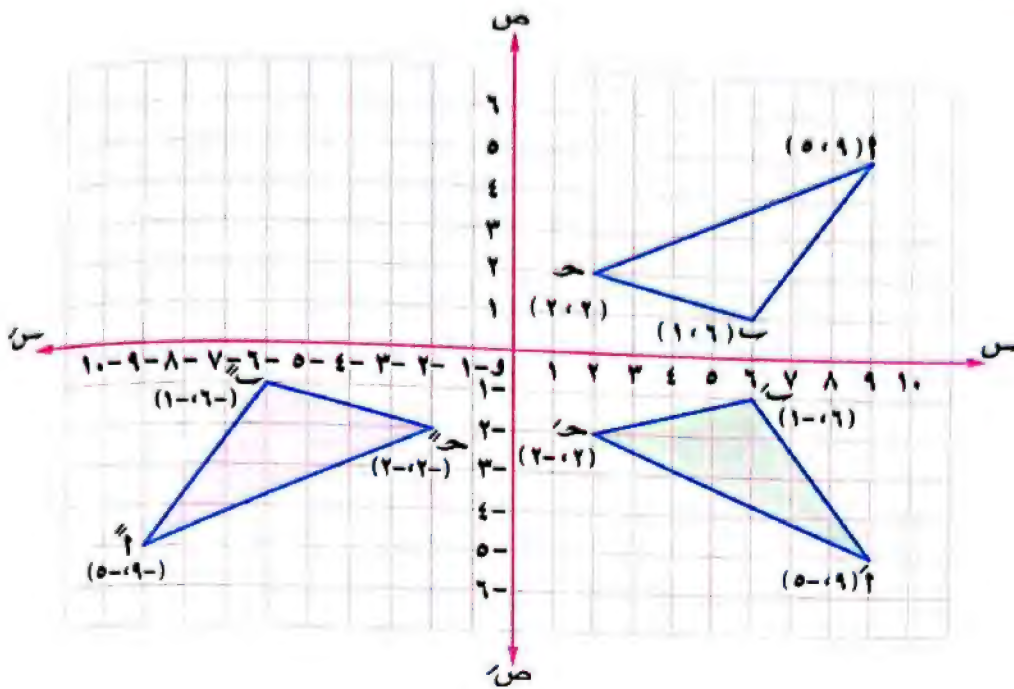
مثال

ارسم على شبكة تربيعية المثلث أ ب ح حيث : أ (٥ ، ٩) ، ب (١ ، ٦) ، ح (٢ ، ٢)

١ ارسم Δ أ ب ح صورة Δ أ ب ح بالانعكاس في محور السينات.

٢ ارسم Δ أ ب ح صورة Δ أ ب ح بالانعكاس في محور الصادات.

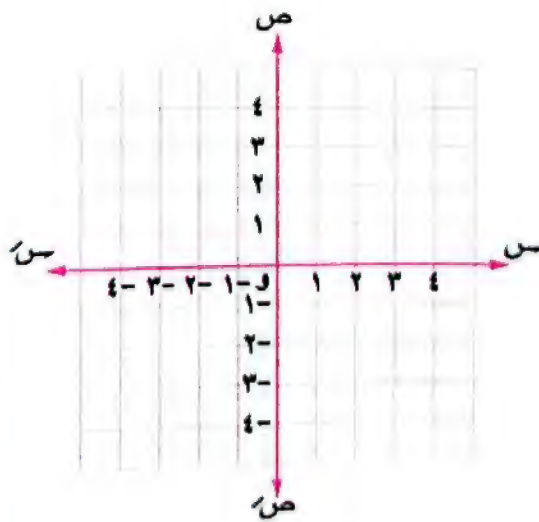
الحل



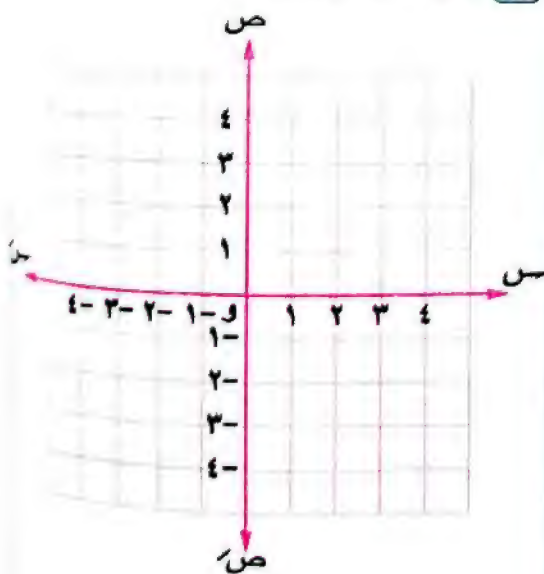
حاول بنفسك ٢

ارسم Δ أ ب ح حيث: أ (١، ١) ، ب (٤، ١) ، ح (٣، ٣)
ثم ارسم صورته بالانعكاس في :

١ محور السينات.



٢ محور الصادات.



التماثل

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ، $\vec{A} \perp \vec{B} \text{ ح}$

، \vec{B} منتصف $\vec{A} \text{ ح}$

نبدأ أن :

• صورة أ بالانعكاس في ل هي أ (نفسها)

• صورة ب بالانعكاس في ل هي ب

• صورة ح بالانعكاس في ل هي ح

أي أن :

صورة $\Delta \text{ أ ب ح}$ بالانعكاس في ل هو $\Delta \text{ أ ب ح}$

يمكن القول إن :

$\Delta \text{ أ ب ح}$ تحول إلى نفسه بالانعكاس في المستقيم ل

ولذلك يسمى المستقيم ل محور تماثل للمثلث أ ب ح



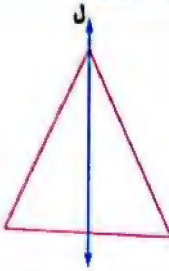
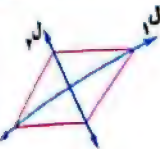
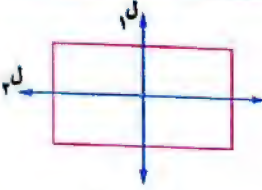



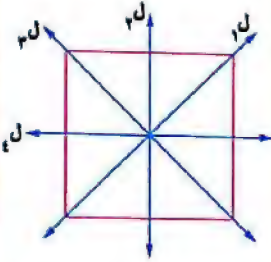

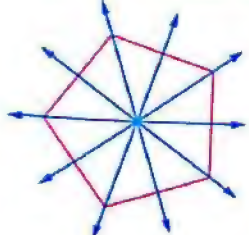
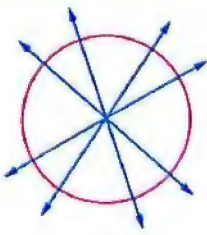
مما سبق نستنتج تعريف محور التماثل كالآتي :

إذا كان الانعكاس في مستقيم يحول الشكل إلى نفسه فإن هذا المستقيم هو محور تماثل الشكل.

ملاحظة

محور التماثل يقسم الشكل إلى شكلين متطابقين.

محاور تماثل بعض الأشكال الهندسية

 <p>المثلث المختلف الأضلاع</p> <p>صفر (لا يوجد)</p>	 <p>المثلث المتساوي الأضلاع</p> <p>٣</p>	 <p>المثلث المتساوي الساقين</p> <p>١</p>	الشكل
 <p>المعين</p> <p>٢</p>	 <p>المستطيل</p> <p>٢</p>	 <p>متوازي الأضلاع</p> <p>صفر (لا يوجد)</p>	عدد محاور تماثله
 <p>شبه المنحرف المتساوي الساقين</p> <p>١</p>	 <p>شبه المنحرف الغير متساوي الساقين</p> <p>صفر (لا يوجد)</p>	 <p>المربع</p> <p>٤</p>	الشكل
 <p>السداسي المنتظم</p> <p>٦</p>	 <p>الخماسي المنتظم</p> <p>٥</p>	 <p>الدائرة</p> <p>عدد لا نهائي</p>	عدد محاور تماثله

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع ، س ، ص ، ع منتصفات أضلاعه أكمل ما يأتي :

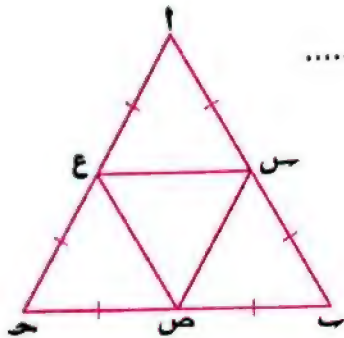
١ صورة Δ أ س ع بالانعكاس في $\overleftrightarrow{س ع}$ هي

٢ صورة الشكل أ ع ص س بالانعكاس في $\overleftrightarrow{أ ص}$ هي

٣ Δ أ ب ح صورة Δ أ ح ب بالانعكاس في

٤ عدد محاور تماثل الشكل أ ب ص ع هو

٥ عدد محاور تماثل Δ أ ب ح هو



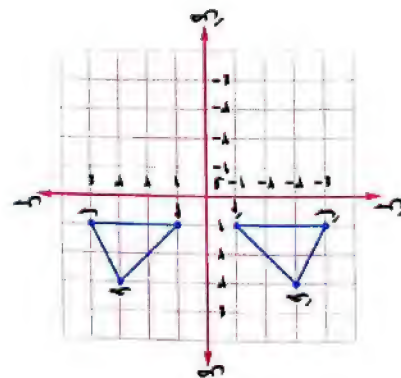
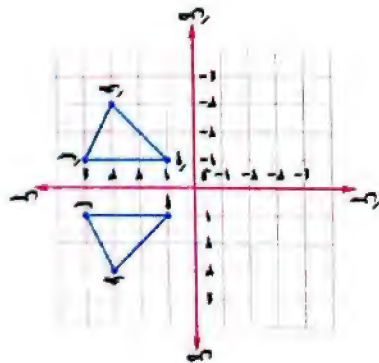
٣ أ ب ح

٥ أ ب ح

١ أ ب ح

٢ أ ب ح

٣ أ ب ح



١ أ ب ح

٢ أ ب ح

$(0, 0)$ ، $(-1, 0)$ ، $(1, -1)$ ، $(1, 1)$ ، $(-1, 3)$ ، $(-1, -1)$ ، $(0, 1)$ ، $(-1, 0)$

• أ ب ح : أ ب ح

$(0, 0)$ ، $(1, 0)$ ، $(0, 1)$ ، $(-1, 1)$ ، $(-1, -1)$ ، $(1, 1)$ ، $(0, -1)$ ، $(0, 0)$

• أ ب ح : أ ب ح

حاول بنفسك ٣

تمارين 9

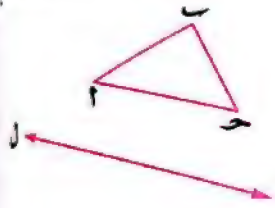
على الانعكاس في مستقيم

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

أولاً مسائل على الانعكاس في المستوى

١ ارسم صورة كل من : ١، ٢، ٣، ٤ بالانعكاس في المستقيم ل :

(أجب في نفس صفحة التمارين)



شكل (١)

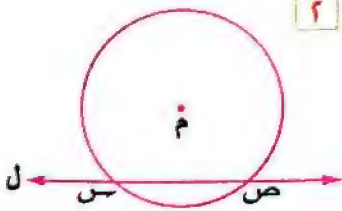


شكل (٢)

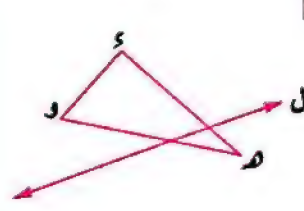


شكل (٣)

٢ ارسم صورة كل من المثلث ١، ٢، ٣، ٤ والدائرة التي مركزها م بالانعكاس في المستقيم ل :



شكل (١)



شكل (٢)

٣ ارسم المثلث ١، ٢، ٣ الذي فيه : ١ = ٦ سم ، ٢ = ٩٠° ، ٣ = ١٢٠°

ثم ارسم صورته بالانعكاس في ١

٤ ارسم صورة المثلث ١، ٢، ٣ الذي فيه : ١ = ٣ سم ، ٢ = ٤ سم ، ٣ = ٥ سم

بالانعكاس في المستقيم الذي يحتوى الضلع الأصغر طولاً.

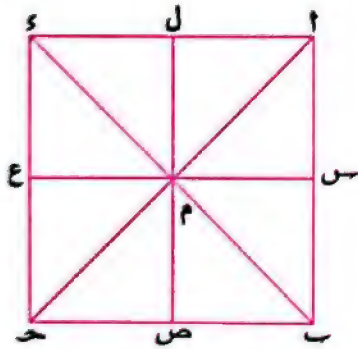
٥ ارسم صورة المثلث $س ص ع$ الذى أطوال أضلاعه $س ص = ٣$ سم ، $ص ع = ٥$ سم ، $ع س = ٧$ سم بالانعكاس فى المستقيم الذى يحتوى الضلع الأكبر طولاً.

٦ ارسم المستطيل $أ ب ح د$ الذى فيه : $أ ب = ٦$ سم ، $ح ب = ٤$ سم ثم ارسم صورته بالانعكاس فى $أ د$ ، اذكر اسم الشكل المكون من المستطيل وصورته ثم أوجد محيطه. «٣٢ سم»

٧ ارسم $\Delta أ ب ح$ حيث : $ب ح = ٣$ سم ، $أ ب = ٤$ سم ، $أ ح = ٥$ سم وإذا كانت النقطة $د$ هى صورة النقطة $ح$ بالانعكاس فى $أ ب$ فأوجد :

١ محيط $\Delta أ ب ح$ ٢ مساحة $\Delta أ ب ح$ «١٦ سم ، ١٢ سم»

٨ فى الشكل المقابل :



$أ ب ح د$ مربع تقاطع قطراه فى م

$س$ ، $ص$ ، $ع$ ، $ل$ منتصفات أضلاعه

$أ ب$ ، $ب ح$ ، $ح د$ ، $د أ$ على الترتيب. أكمل ما يأتى :

١ صورة النقطة $أ$ بالانعكاس فى $ل ص$ هى

٢ صورة $أ م$ بالانعكاس فى $س م$ هى

٣ صورة $\Delta أ ل م$ بالانعكاس فى $ل ص$ هى

٤ صورة $\Delta أ ل م$ بالانعكاس فى $أ م$ هى

٥ صورة $\Delta أ م ب$ بالانعكاس فى $ل ص$ هى

٦ صورة $\Delta أ م ب$ بالانعكاس فى $س ع$ هى

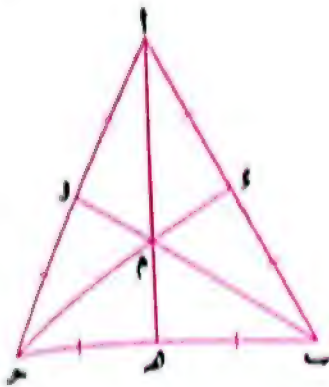
٧ صورة المربع $أ س م ل$ بالانعكاس فى $ل ص$ هى وبالانعكاس فى $أ م$ هى

٨ صورة المربع $أ ب ح د$ بالانعكاس فى $ل ص$ هى

٩ $\Delta م ع د$ صورة $\Delta م ع ح$ بالانعكاس فى

١٠ $\Delta أ س م$ صورة $\Delta ح ص م$ بالانعكاس فى

٩ في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع فيه :

د ، هـ ، م ، و منتصفات أ ب ، ب ح ، ح أ على الترتيب

، أ م د و ب م هـ = { م } أكمل ما يأتي :

١ | محاور تماثل المثلث أ ب ح هي

٢ | أ ب صورة أ ح بالانعكاس في

٣ | صورة أ و بالانعكاس في ب و هي

، وصورة ح و بالانعكاس في أ هـ هي

٤ | صورة $\triangle م د هـ$ بالانعكاس في أ هـ هي

∴ $م د هـ = م د هـ$ (د) لأن الانعكاس يحافظ على

٥ | صورة $\triangle م ب ح$ بالانعكاس في أ هـ هي

٦ | $\triangle م ب ح$ صورة بالانعكاس في ح و ، صورة بالانعكاس في ب و

∴ $م ب ح = م ب ح$ ، $م ب ح = م ب ح$ لأن الانعكاس يحافظ على

١٠ أكمل ما يأتي :

١ | الانعكاس في المستوى يحافظ على : ، ،

..... ،

٢ | إذا كان الانعكاس في مستقيم يحول الشكل إلى نفسه فإن هذا المستقيم يسمى

٣ | عدد محاور تماثل :

(١) المثلث المتساوي الأضلاع = (ب) المثلث المتساوي الساقين =

(ج) المثلث المختلف الأضلاع = (د) متوازي الأضلاع =

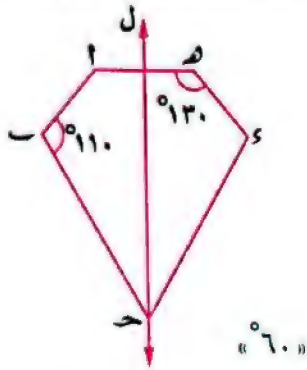
(هـ) المستطيل = (و) المعين =

(ز) المربع =

(ح) شبه المنحرف غير المتساوي الساقين =

(ط) شبه المنحرف المتساوي الساقين =

(ي) الدائرة =



في الشكل المقابل :

إذا كان المستقيم ل هو محور تماثل

الشكل ا ب ح د هـ

فاحسب : و (د ح ا ب)

باستخدام الأدوات الهندسية : ارسم المستطيل ا ب ح د الذي فيه : ا ب = ٣ سم

، ب ح = ٤ سم ، عين ا صورة ا بالانعكاس في ح د ، ح صورة ح بالانعكاس في ا ب

ا ب // ح د

برهن أن : و (د ح ا ب) = ٢ و (د ح ا ب)

ثانياً مسائل على الانعكاس في المستوى الإحداثي

في الشكل المقابل :

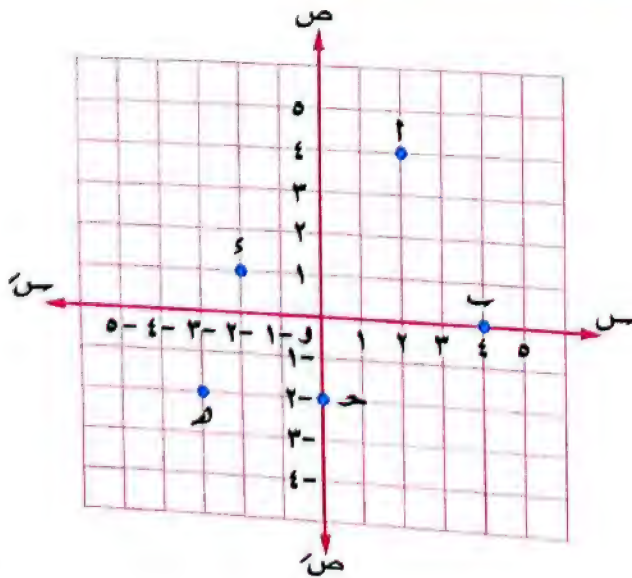
اكتب إحداثي صورة كل نقطة

من النقط ا ، ب ، ح ، د ، هـ

بالانعكاس في :

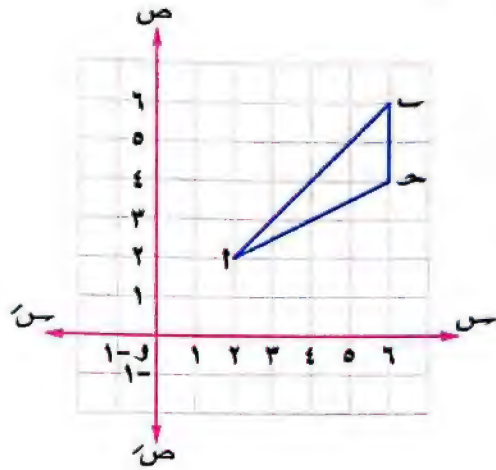
١ محور السينات.

٢ محور الصادات.

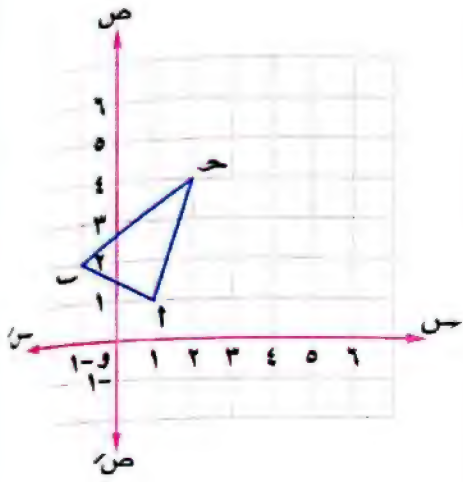


٢ انقل كل شكل مما يأتي على ورق مربعات ، ارسم صور الأشكال بتحويل هندسي كما هو موضح أسفل كل شكل ثم اكتب إحداثي كل رأس من رؤس الشكل.

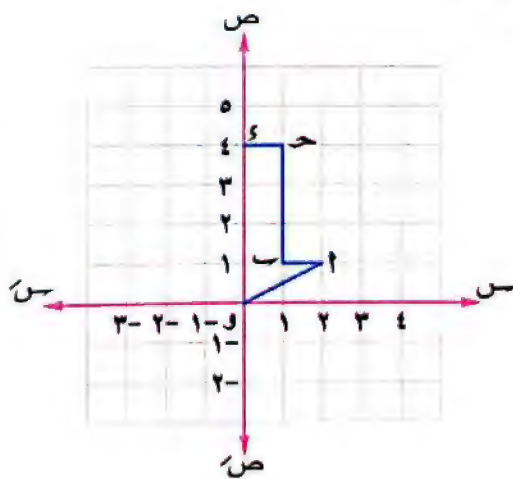
شكل (١)

انعكاس في محور x

شكل (٢)

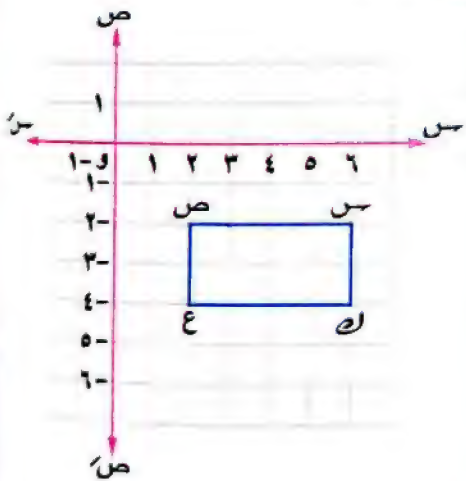
انعكاس في محور y

شكل (٣)



انعكاس في محور الصادات

شكل (٤)

انعكاس في x

٣ ارسم \overline{AB} حيث : أ (٤ ، ٣) ، ب (١ ، -٢) ثم ارسم صورتها بالانعكاس في :

١ محور السينات. ٢ محور الصادات.

إذا كانت : $A(1, 3)$ ، $B(2, 3)$ فارسم B صورة A بالانعكاس في محور الصادات واذكر اسم الشكل $A'B'$ وحسب محيطه.
١٨٠ وحدة طول

باستخدام الشبكة التربيعية المتعامدة ارسم صورة المثلث $A'B'C'$ حيث :
 $A(1, 6)$ ، $B(2, 1)$ ، $C(6, 5)$ بالانعكاس في محور SS'

ارسم صورة ΔABC حيث : $O(0, 0)$ ، $B(0, 3)$ ، $C(2, 1)$ بالانعكاس في محور الصادات.

ارسم على شبكة تربيعية ΔABC حيث : $A(2, 2)$ ، $B(4, 3)$ ، $C(2, 3)$
ثم ارسم $\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالانعكاس في محور الصادات.
ثم ارسم $\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالانعكاس في محور السينات.

ارسم على شبكة تربيعية المستطيل الذي رؤوسه النقط : $A(2, 3)$ ، $B(2, 8)$ ، $C(6, 8)$ ، $D(6, 3)$ ثم ارسم صورته بالانعكاس في محور SS'

ارسم المربع $A'B'C'D'$ وصورته بالانعكاس في محور SS' حيث :
 $A(2, 0)$ ، $B(0, 5)$ ، $C(3, 5)$ ، $D(3, 2)$
ثم قارن طول ضلع كل منهما ومساحته.

$A'B'C'D'$ مستطيل فيه : $A(1, 1)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(3, 3)$ عين إحداثي النقطة
من الرسم ثم ارسم صورة المستطيل $A'B'C'D'$ بالانعكاس في محور السينات.

ارسم صورة المربع $A'B'C'D'$ على الشبكة التربيعية حيث : $A(2, 2)$ ، $B(1, 2)$ بالانعكاس في محور SS' ، ماذا تلاحظ ؟

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

١٢ ارسم صورة المستطيل $ABCD$ حيث $A(2, 2)$ ، $B(-2, 3)$ وعرضه يساوي

٣ وحدات بالانعكاس في محور SS' ، كم حالة يمكن رسمها ؟

١٣ أكمل الجدول التالي :

م	النقطة	صورتها بالانعكاس في محور السينات	صورتها بالانعكاس في محور الصادات
١	$(2, 3)$
٢	$(2, 1)$
٣	$(4, -2)$
٤	$(0, 0)$
٥	$(0, 3)$
٦	$(0, 0)$

١٤ أكمل ما يأتي :

١ صورة النقطة $(3, 1)$ بالانعكاس في محور السينات هي

٢ صورة النقطة $(0, -2)$ بالانعكاس في محور الصادات هي

٣ صورة النقطة $(-2, 3)$ بالانعكاس في محور هي $(3, 2)$

٤ صورة النقطة $(-1, -4)$ بالانعكاس في محور هي $(1, -4)$

٥ صورة النقطة $(3, 0)$ بالانعكاس في محور هي نفسها.

٦ صورة النقطة $(-5, 0)$ بالانعكاس في محور هي نفسها.

٧ صورة النقطة $(2, 1)$ بالانعكاس في محور السينات متبوعاً بالانعكاس في محور الصادات

هي

٨ صورة النقطة (٢ ، ٣-) بالانعكاس في محور الصادات متبوعاً بالانعكاس في محور السينات هي

٩ إذا كانت أ (٢- ، ٣) هي صورة النقطة ب (٢ ، ٣) بالانعكاس في محور الصادات فإن صورة النقطة أ بالانعكاس في محور الصادات هي

للمتفوقين

١٥ عين على شبكة تربيعية النقط : (٥ ، ٤) ، ب (٥ ، ١) ، ح (٢ ، ١) ، د (٢ ، ٥) ، هـ (٤ ، ١) ، ز (٥ ، ٤) ، ح (٢ ، ١) ،

١ إذا كان Δ أ ب ح صورة Δ ب ح بالانعكاس في المستقيم ل ارسم هذا المستقيم.

٢ إذا كان الشكل ب ب ب ب صورة الشكل ب ب ب بالانعكاس في المستقيم م ارسم هذا المستقيم.

قريباً بالمكتبات

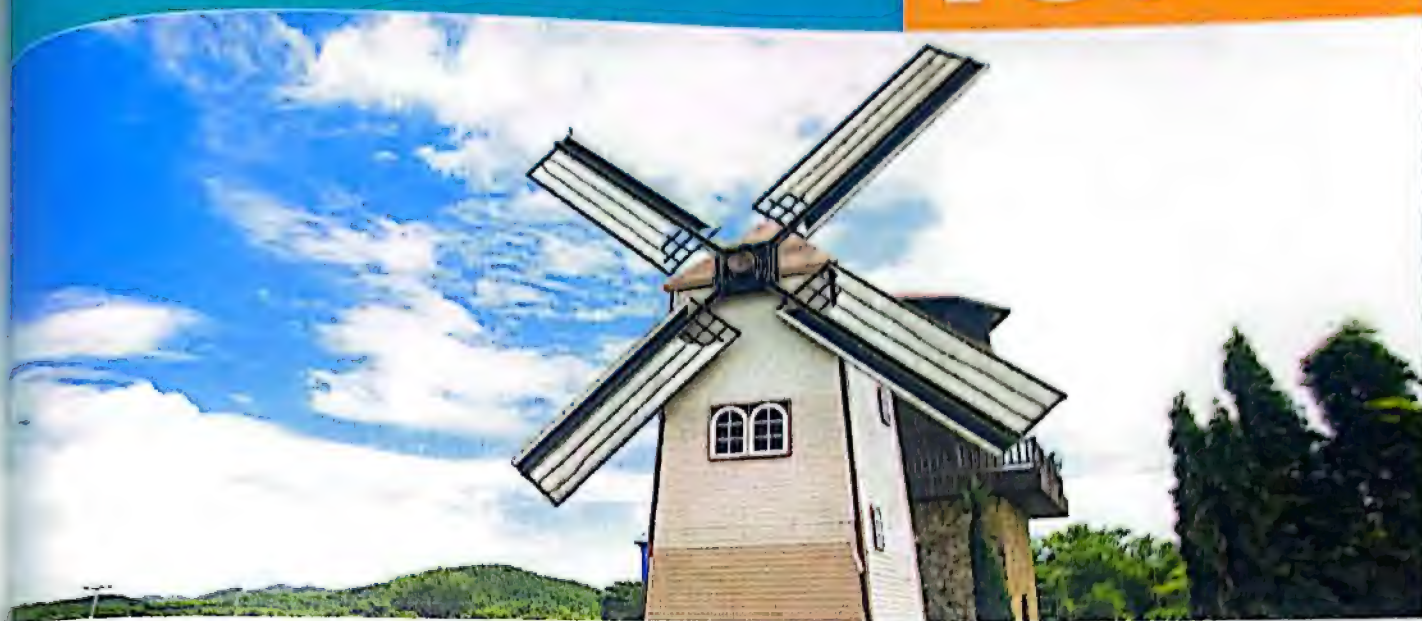


اسم يعلى التميمي

المحاصر

في الرياضيات
و اللغة الإنجليزية

المراجعة النهائية
ونماذج الامتحانات



تعريف الانعكاس في نقطة

الانعكاس في نقطة M يحول كل نقطة A في المستوى إلى النقطة A' في نفس المستوى بحيث تكون M منتصف القطعة المستقيمة AA' وتسمى النقطة M مركز الانعكاس وتكون صورة M بالانعكاس في M هي نفسها.



إيجاد صورة نقطة بالانعكاس في نقطة معلومة

* لإيجاد صورة نقطة ولتكن A بالانعكاس في نقطة M نتبع ما يلي :

١ نرسم \overrightarrow{AM}

٢ نفتح الفرجار فتحة طولها يساوي AM ونركز في نقطة M

ونرسم قوساً يقطع \overrightarrow{AM} في نقطة ولتكن A'

فتكون A' هي صورة A بالانعكاس في نقطة M

٣ ونجد أن : $AM = A'M$



إيجاد صورة قطعة مستقيمة بالانعكاس في نقطة معلومة

* إيجاد صورة قطعة مستقيمة ولتكن \overline{AB} بالانعكاس في نقطة M نتبع ما يلي :



١ نوجد صورة A بالانعكاس في M ولتكن A' كما ذكرنا سابقاً.

٢ وبالمثل نوجد صورة B بالانعكاس في M ولتكن B'

٣ نرسم $\overline{A'B'}$ فتكون هي صورة \overline{AB} بالانعكاس في M

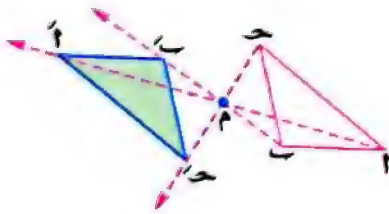
لاحظ أن :

$$\overline{A'B'} = \overline{AB}, \overline{A'B'} \parallel \overline{AB}$$

أى أن : صورة قطعة مستقيمة بالانعكاس في نقطة هي قطعة مستقيمة موازية لها ومساوية لها في الطول.

إيجاد صورة مضلع بالانعكاس في نقطة معلومة

* إيجاد صورة مضلع وليكن $\triangle ABC$ بالانعكاس في نقطة M نتبع ما يلي :



١ نوجد صورة كل رأس من رؤوس $\triangle ABC$ بالانعكاس

في نقطة M كما ذكرنا سابقاً.

ولتكن A' صورة A ، B' صورة B ، C' صورة C

٢ نرسم $\overline{A'B'}$ ، $\overline{B'C'}$ ، $\overline{A'C'}$ فيكون $\triangle A'B'C'$ هو صورة $\triangle ABC$ بالانعكاس في M

لاحظ أن :

$$\triangle A'B'C' \equiv \triangle ABC \text{ لذلك فإن الانعكاس في نقطة هو تساوى قياسى.}$$

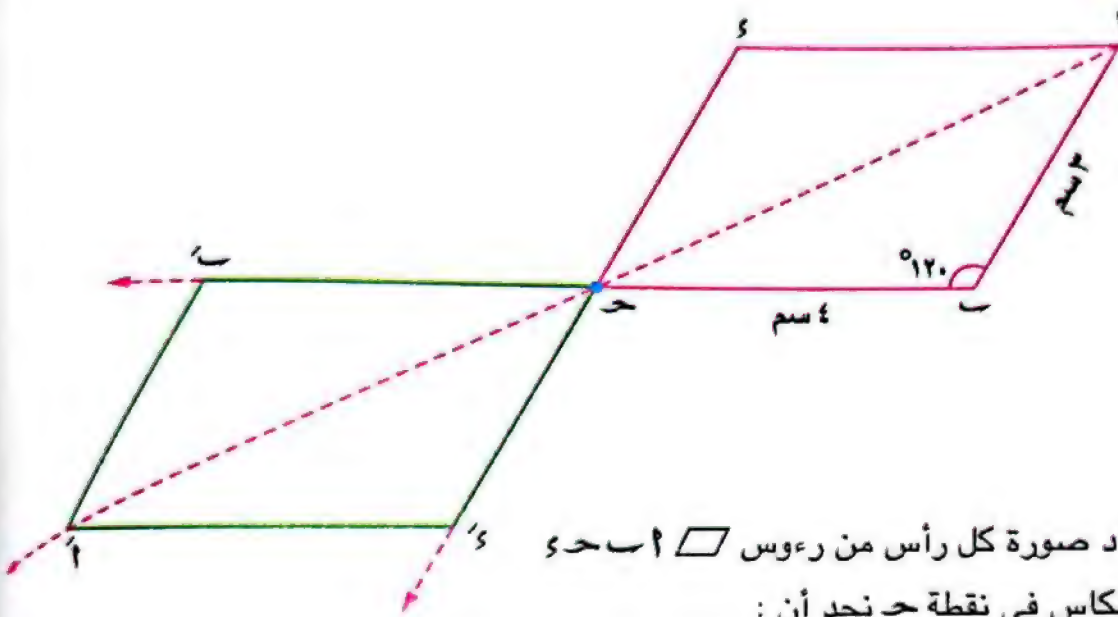
مما سبق نستنتج أن : الانعكاس في نقطة هو تحويل هندسى يحول الشكل الهندسى إلى شكل هندسى آخر يتطابق معه ويتفق معه فى الاتجاه الدورانى لترتيب رؤوسه.

خواص الانعكاس في نقطة

مثال توضيحي

ارسم متوازي الأضلاع $ABCD$ الذي فيه : $AB = 3$ سم ، $BC = 4$ سم ،
 $\angle B = 120^\circ$ ثم ارسم صورته بالانعكاس في نقطة H واذكر ماذا تلاحظ.

الحل



بإيجاد صورة كل رأس من رؤوس $ABCD$ بالانعكاس في نقطة H نجد أن :
 $ABCD$ صورة $A'B'C'D'$ بالانعكاس في النقطة H

لاحظ أن :

الانعكاس في نقطة

يحافظ على أطوال

القطع المستقيمة.

(أي أن)

$$1 \quad AB = A'B' , \quad BC = B'C' ,$$

$$CD = C'D' , \quad DA = D'A' ,$$

الانعكاس في نقطة

يحافظ على قياسات

الزوايا.

(أي أن)

$$2 \quad \angle A = \angle A' , \quad \angle B = \angle B' , \quad \angle C = \angle C' , \quad \angle D = \angle D' ,$$

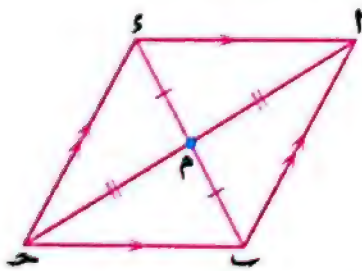
$$\angle ABC = \angle A'B'C' , \quad \angle BCD = \angle B'C'D' ,$$

$$\angle CDA = \angle C'D'A' , \quad \angle DAB = \angle D'A'B' ,$$

<p>الانعكاس في نقطة يحافظ على التوازي.</p>	<p>٣ من متوازي الأضلاع $AB \parallel CD$: $AB \parallel CD$ ، من متوازي الأضلاع $AC \parallel BD$: $AC \parallel BD$ ∴ صورتا قطعتين مستقيمتين متوازيتين هما قطعتان مستقيمتان متوازيتان أيضاً.</p>
<p>الانعكاس في نقطة يحافظ على الاتجاه الدوراني لترتيب رؤوس الشكل.</p>	<p>٤ قراءة متوازي الأضلاع $AB \parallel CD$ تسير في اتجاه دوران عقارب الساعة وأيضاً قراءة متوازي الأضلاع $AC \parallel BD$ في اتجاه دوران عقارب الساعة.</p>
<p>الانعكاس في نقطة يحافظ على البنية.</p>	<p>٥ إذا أخذت نقطة تقع على AB ووجدت صورتها بالانعكاس في C ستجد أن صورتها تقع على AC</p>

استخدام الانعكاس في نقطة لإثبات أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع

* سبق أن ذكرنا أن صورة قطعة مستقيمة بالانعكاس في نقطة هي قطعة مستقيمة موازية لها
ومساوية لها في الطول.



فإذا كانت : CD صورة AB بالانعكاس في نقطة M

فإن : $AB \parallel CD$ ، $AB = CD$

يمكن إثبات أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع بعدة طرق منها :

تذكر أن

الشكل الرباعي الذي فيه ضلعان متقابلان متوازيان
ومتساويان في الطول يكون متوازي أضلاع.

١ : $AB = CD$ ، $AB \parallel CD$

∴ الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

٢ :: ح د صورة أ ب بالانعكاس في م

$$\therefore م = ح ، م = ب ، م = د$$

:: الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.

$$٣ :: م = أ ، م = ح ، م = ب ، م = د$$

:: أ د صورة ح ب بالانعكاس في م

، :: ح د صورة أ ب بالانعكاس في م

$$\therefore أ ب // ح د ، أ د // ح ب$$

:: الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.

٤ :: أ د صورة ح ب ، ح د صورة أ ب

بالانعكاس في م

$$\therefore أ د = ح ب ، ح د = أ ب$$

:: الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.

تذكر أن

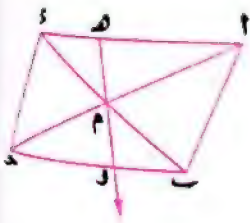
الشكل الرباعي الذي قطراه ينصف كل منهما الآخر يكون متوازي أضلاع.

تذكر أن

الشكل الرباعي الذي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان يكون متوازي أضلاع.

تذكر أن

الشكل الرباعي الذي فيه كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول يكون متوازي أضلاع.



مثال ١

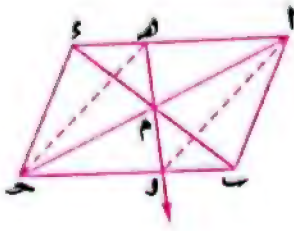
في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع ، م نقطة تقاطع قطريه

$$م \in أ د ، م \in ح ب ، م \cap أ ب = ح د$$

برهن أن : ١ و صورة م بالانعكاس في م

٢ الشكل أ ب ح د متوازي أضلاع.



∴ $\overline{أب} \parallel \overline{جـد}$ متوازي أضلاع

∴ $\triangle أ م د \cong \triangle ب م ج$ ، $ح م$ وفيهما :

و (د أ ح) = و (ب ج ح) (بالتبادل)

و (د م ب) = و (ج م أ) (بالتقابل بالرأس)

أ م = ب م (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ $\triangle أ م د \cong \triangle ب م ج$ و ينتج أن : $م د = م ج$

، ∴ $و \exists م د$

(المطلوب أولاً) ∴ و صورة م بالانعكاس في م

∴ $أ م = ب م$ ، $أ \exists م$

∴ أ صورة م بالانعكاس في م

∴ أو صورة م بالانعكاس في م ∴ $أ = و$ ، $أ و \parallel ح د$

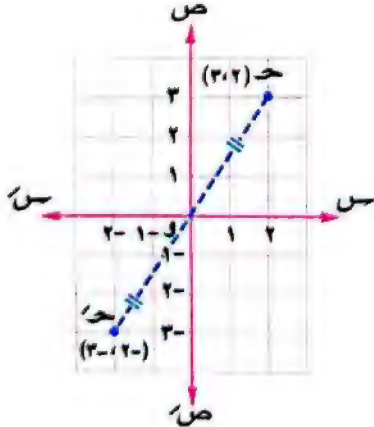
(المطلوب ثانياً)

∴ الشكل أ و ح د متوازي أضلاع.

حاول بنفسك ١

ارسم أي مثلث أ ب ج ثم ارسم صورته أ ب ج بالانعكاس في نقطة ح
ثم أثبت أن : الشكل أ ب ج متوازي أضلاع.

الانعكاس في نقطة الأصل



* إذا كانت ح نقطة في مستوى الإحداثيات حيث ح (٣ ، ٢)

* فعند إيجاد صورة ح بالانعكاس في نقطة الأصل (و)

بالطريقة التي درسناها سابقاً نجد أنها ح' (٣- ، ٢-)

* ونلاحظ أن : إشارة كل من المسقطين الأول والثاني تغيرت

وعلى هذا فإنه يمكن تعريف الانعكاس في نقطة الأصل كما يلي :

تعريف

إذا كانت A (س ، ص) نقطة في مستوى الإحداثيات فإن صورة النقطة A بالانعكاس في نقطة الأصل هي A' (-س ، -ص)

أي أن : الانعكاس في نقطة الأصل يعكس إشارة كل من الإحداثيين السيني والصادي.

∴ صورة النقطة (س ، ص) بالانعكاس في نقطة الأصل ← (-س ، -ص)

فمثلاً : • صورة النقطة (٣ ، ٢) بالانعكاس في نقطة الأصل ← (-٣ ، -٢)

• صورة النقطة (١ ، ٤) بالانعكاس في نقطة الأصل ← (-١ ، -٤)

• صورة النقطة (٢ ، ٥) بالانعكاس في نقطة الأصل ← (-٢ ، -٥)

• صورة النقطة (٦ ، ٣) بالانعكاس في نقطة الأصل ← (-٦ ، -٣)

ملاحظة !

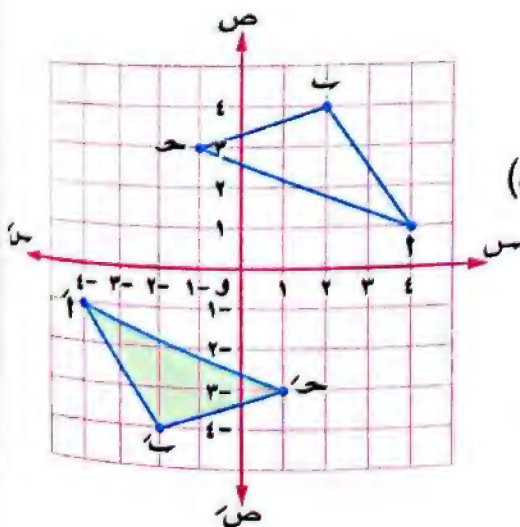
صورة النقطة (٠ ، ٠) بالانعكاس في نقطة الأصل هي نفسها.

مثال ٢

ارسم $\triangle ABC$ حيث : $A(١ ، ٤)$ ، $B(٤ ، ٢)$ ، $C(-٣ ، ١)$

ثم ارسم صورته بالانعكاس في نقطة الأصل.

الحل



∴ (س ، ص) بالانعكاس في نقطة الأصل ← (-س ، -ص)

∴ $A(١ ، ٤)$ بالانعكاس في نقطة الأصل ← $A'(-١ ، -٤)$

$B(٤ ، ٢)$ بالانعكاس في نقطة الأصل ← $B'(-٤ ، -٢)$

$C(-٣ ، ١)$ بالانعكاس في نقطة الأصل ← $C'(٣ ، -١)$

ارسم على الشبكة البيانية المتعامدة

Δ أ ب ج حيث : أ (١ ، ٢-)

ب (٤- ، ٢) ، ج (٣ ، ٢)

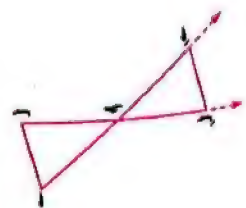
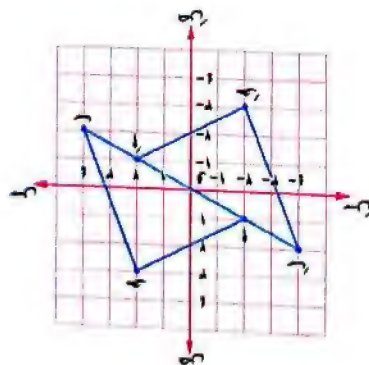
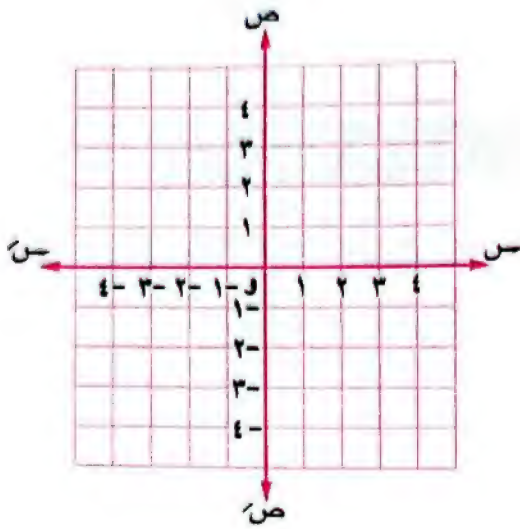
ثم ارسم صورته بالانعكاس

في نقطة الأصل.

أ' (..... ،)

ب' (..... ،)

ج' (..... ،)



٨

٩

حاول بنفسك

تمارين 10

على الانعكاس في نقطة



اختبار
تفاعلي

اسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

مهم

نشر

مسائل على الانعكاس في المستوى

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ | إذا كانت \overline{AB} هي صورة $\overline{A'B'}$ بالانعكاس في نقطة M فإن : $\overline{AB} \dots \overline{A'B'}$

(أ) $<$ (ب) $>$ (ج) $=$ (د) \neq



٢ | في الشكل المقابل :

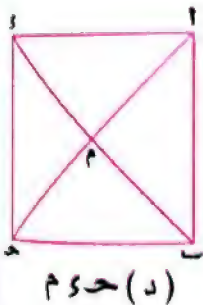
صورة \overline{AB} بالانعكاس في النقطة M هي

(أ) $\overline{A'B'}$ (ب) $\overline{A''B''}$ (ج) $\overline{A''B}$

٣ | في الشكل المقابل :

\overline{AB} جزء مربع تقاطع قطراه في M

صورة $\triangle ABC$ بالانعكاس في M هو $\triangle \dots$



(د) جزء M

(أ) $\triangle A'B'C'$ (ب) $\triangle ABC$ (ج) $\triangle A'B'C$

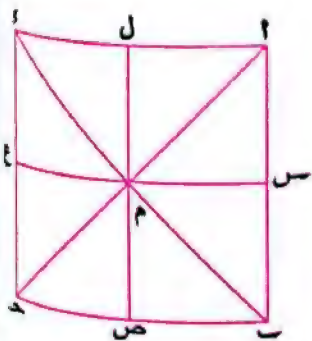
٤ | إذا كانت A' هي صورة A بالانعكاس في M وكان $AM = 5$ سم فإن : $A'A = \dots$ سم

(أ) 5 سم (ب) 7 سم (ج) 10 سم (د) 15 سم

٥ | في الشكل المقابل :

\overline{AB} جزء مربع تقاطع قطراه في M

S, V, E, L منتصفات $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ على الترتيب أكمل ما يأتي :



١ | صورة النقطة A بالانعكاس في M هي

٢ | صورة النقطة S بالانعكاس في M هي

٣ صورة $\overline{أل}$ بالانعكاس في $م$ هي

٤ صورة $\overline{م ع}$ بالانعكاس في $م$ هي

٥ صورة $\overline{ب م}$ بالانعكاس في $م$ هي

٦ صورة $\overline{أ ح}$ بالانعكاس في $م$ هي

٧ صورة $\triangle أ ب م$ بالانعكاس في $م$ هي

٨ صورة $\triangle ب ح م$ بالانعكاس في $م$ هي

٩ صورة $\triangle أ ب م$ بالانعكاس في $م$ هي

١٠ صورة المربع $أ ح م ل$ بالانعكاس في $م$ هي

٢ ارسم $\triangle أ ب ح$ الذي فيه : $أ ب = ب ح = ح أ = ٤$ سم ، $أ ح = ٥$ سم

ثم ارسم صورته بالانعكاس في النقطة $ب$

٤ في كل من الأشكال الآتية ارسم $\triangle أ ب ح$ صورة $\triangle أ ب ح$ بالانعكاس في النقطة $ب$

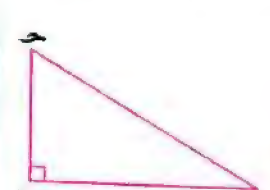
واذكر اسم الشكل $أ ب ح$ موضحاً السبب :



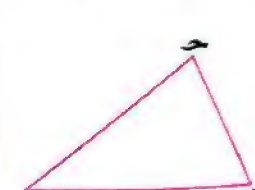
شكل (٤)



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

٥ ارسم المثلث $أ ب ح$ الذي فيه : $أ ب = ٣$ سم ، $أ ح = ٤$ سم ، $ب ح = ٥$ سم

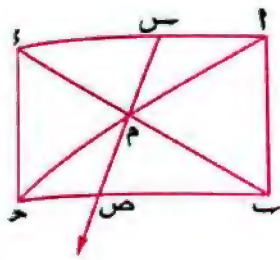
ثم ارسم المثلث $أ ب ح$ صورة المثلث $أ ب ح$ بالانعكاس في النقطة $ح$

وأثبت أن : الشكل $أ ب ح$ متوازي أضلاع.

تذكر • فهم • تطبيق • مستويات عليا

٦ ارسم المربع $ABCD$ الذي طول ضلعه 5 سم ثم ارسم صورته بالانعكاس في نقطة M حيث M نقطة تقاطع القطرين. ماذا تلاحظ؟

٧ $ABCD$ مثلث، النقطة M منتصف AC ، ارسم صورة B بالانعكاس في M ، ما نوع الشكل $ABCD$ ؟ وما نوع المثلث ABC الذي يجعل الشكل $ABCD$ مستطيلاً. ١ معيّنًا. ٢



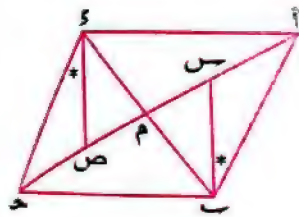
٨ في الشكل المقابل:

$ABCD$ مستطيل، M نقطة تقاطع قطريه

$$S \ni A, S \ni M \cap \overline{BC} = \{V\}$$

برهن أن: ١ صورة S بالانعكاس في M

٢ الشكل $ABCD$ S BC متوازي أضلاع.



٩ في الشكل المقابل:

$ABCD$ متوازي أضلاع تقاطع قطراه في M ، $S \ni A$

$$S \ni A \ni B \ni C \ni D \ni S = \{V\} \text{ حيث } V = (D \cap \overline{BC})$$

برهن أن: ١ $\triangle ABC$ صورة $\triangle DCB$ بالانعكاس في M

٢ الشكل $ABCD$ S BC متوازي أضلاع.

ثانياً مسائل على الانعكاس في المستوى الإحداثي

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ صورة النقطة $(-2, 3)$ بالانعكاس في نقطة الأصل

- (أ) $(2, -3)$ (ب) $(-2, -3)$ (ج) $(2, 3)$ (د) $(-2, 3)$

٢ النقطة $(-2, 5)$ صورة النقطة بالانعكاس في نقطة الأصل.

- (أ) $(2, 5)$ (ب) $(-2, -5)$ (ج) $(2, -5)$ (د) $(-2, 5)$

النقطة التي صورتها هي نفسها بالانعكاس في نقطة الأصل هي

- (أ) (١ ، ٠) (ب) (٠ ، ١) (ج) (٠ ، ٠) (د) (٠ ، -١)

صورة النقطة (٣ ، -٢) بالانعكاس في نقطة الأصل متبوعاً بالانعكاس في محور السينات هي

- (أ) (٣ ، -٢) (ب) (-٣ ، -٢) (ج) (-٣ ، ٢) (د) (٣ ، ٢)

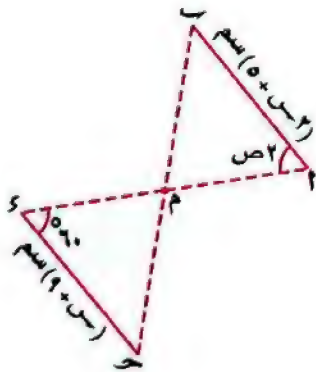
ارسم على شبكة تربيعية $\triangle ABC$ الذي فيه : أ (٣ ، ١) ، ب (١ ، ٤) ، ج (٠ ، ٠).
ثم ارسم صورته بالانعكاس في نقطة ح

في نظام إحداثي متعامد ذي البعدين ، ارسم المثلث $\triangle ABC$ الذي فيه : أ (-٢ ، ٤) ، ب (٥ ، ٠) ، ج (٣ ، -٣) ثم ارسم صورة $\triangle ABC$ بالانعكاس في نقطة الأصل.

أح $\triangle ABC$ مستطيل فيه : أ (٢ ، ٥) ، ب (٦ ، ٥) ، ج (٦ ، ٨) ، د (٢ ، ٨).
ارسم صورة المستطيل $\triangle ABCD$ بالانعكاس في نقطة الأصل.

للمتفوقين

في الشكل المقابل :



إذا كانت ح $\triangle ABC$ صورة $\triangle ABC$ بالانعكاس في م

وكان : ب = (٢ سم + ٥ سم) ، ح = (٩ سم + ٩ سم)

، د = (٢ سم + ٢ سم) ، ع = (٩ سم + ٩ سم)

أوجد :

قيمة ص

طول ح

١٣ سم ، ٣٠°



تمهيد



إذا تحركت سيارة للأمام في خط مستقيم مسافة ٢٥ مترًا فإننا نقول إن :
السيارة انتقلت مسافة ٢٥ مترًا للأمام

أى أنه : لكي نعرف الموضع الجديد للسيارة بعد تحركها يلزم معرفة عنصرين هامين هما :

١ مقدار الانتقال (٢٥ مترًا)

٢ اتجاه الانتقال (للأمام في خط مستقيم)

وعلى هذا فإن :

الانتقال هو «تحويلة هندسية» تحول كل نقطة أ في المستوى إلى نقطة أ' في نفس المستوى مسافة ثابتة في اتجاه معين.

الانتقال في المستوى

إيجاد صورة نقطة بانتقال معلوم

* لإيجاد أ صورة أ' بانتقال م ن في اتجاه م ن نتبع ما يلي :

١ نرسم من أ شعاعًا يوازي م ن

وفي نفس اتجاهه.



٢ نركز بسن الفرجار في أ وبفتحة طولها م ن
نرسم قوساً يقطع الشعاع المرسوم من أ
في نقطة أ (أ أ = م ن ، أ أ // م ن)
فتكون أ صورة أ بانتقال م ن في اتجاه م ن



إيجاد صورة قطعة مستقيمة بانتقال معلوم

* لإيجاد صورة أ ب بانتقال م ن في اتجاه م ن نتبع ما يلي :

١ نوجد صورة أ بانتقال م ن في اتجاه م ن كما ذكرنا سابقاً ولتكن أ

٢ بالمثل نوجد صورة ب بانتقال م ن في اتجاه م ن كما ذكرنا سابقاً ولتكن ب

٣ نرسم أ ب فتكون هي صورة أ ب

بانتقال م ن في اتجاه م ن



• نتحقق من أن : أ ب = أ ب ، أ ب // أ ب

إيجاد صورة مضلع بانتقال معلوم

* لإيجاد صورة مضلع وليكن Δ أ ب ح بانتقال م ن في اتجاه م ن نتبع ما يلي :

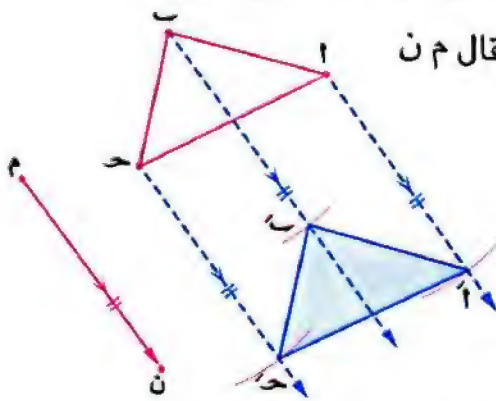
١ نوجد صورة كل رأس من رؤوس Δ أ ب ح بانتقال م ن

في اتجاه م ن كما ذكرنا سابقاً ولتكن

أ صورة أ ، ب صورة ب ، ح صورة ح

٢ نرسم أ ب ، ب ح ، ح أ فيكون Δ أ ب ح

هو صورة Δ أ ب ح بانتقال م ن في اتجاه م ن



• نتحقق من أن : أ ب = أ ب ، ب ح = ب ح ، ح أ = ح أ

* (أ ب) = (أ ب) ، (ب ح) = (ب ح) ، (ح أ) = (ح أ)

مما سبق نستنتج أن :
الانتقال هو «تحويلة هندسية» تحول الشكل الهندسي إلى شكل هندسي آخر مطابق له.

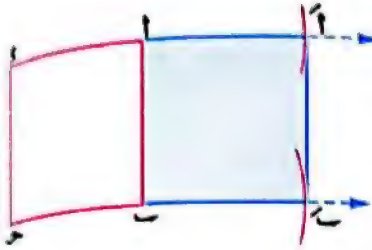
خواص الانتقال

مثال توضيحي

ارسم المربع $ABCD$ الذي طول ضلعه 4 سم
ثم ارسم صورته بالانتقال مسافة AB في اتجاه \vec{AD}

الحل

المربع $A'B'C'D'$ صورة المربع $ABCD$
بانتقال مسافة AB في اتجاه \vec{AD}

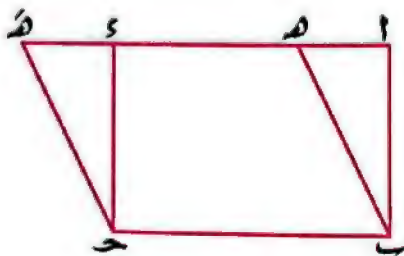


الانتقال يحافظ على أطوال القطع المستقيمة.	أى أن	1 $AB = A'B', AD = A'D'$
الانتقال يحافظ على قياسات الزوايا.	أى أن	2 $\angle DAB = \angle D'A'B', \angle ADC = \angle A'D'C'$
الانتقال يحافظ على التوازي.	أى أن	3 من المربع $ABCD$: $AB \parallel DC$ ، من المربع $A'B'C'D'$: $A'B' \parallel D'C'$ ∴ صورتا قطعتين مستقيمتين متوازيتين هما قطعتان مستقيمتان متوازيتان أيضاً.
الانتقال يحافظ على الاتجاه الدوراني لترتيب رؤوس الشكل.	أى أن	4 قراءة المربع $ABCD$ تسير في اتجاه دوران عقارب الساعة وأيضاً قراءة المربع $A'B'C'D'$ في اتجاه دوران عقارب الساعة.
الانتقال يحافظ على البينية.	أى أن	5 إذا أخذت نقطة تقع على AB ووجدت صورتها بالانتقال السابق ستجد أن صورتها تقع على $A'B'$

مثال ١

ارسم المستطيل $ABCD$ ، وخذ $E \in \overline{AD}$ ثم أوجد صورة النقطة H بانتقال τ في اتجاه \overrightarrow{AE} ثم برهن أن : الشكل $ABCH$ متوازي أضلاع.

الحل



* نأخذ $H \in \overline{BC}$ بحيث $\overline{AE} = \overline{CH}$

فتكون H صورة E بانتقال τ في اتجاه \overrightarrow{AE}

* $\therefore ABCH$ مستطيل.

$\therefore \overline{AE} \parallel \overline{CH}$ ، $\overline{AE} = \overline{CH}$

\therefore صورة B بانتقال τ في اتجاه \overrightarrow{AE}

، \therefore صورة H بنفس الانتقال.

\therefore صورة H بانتقال τ في اتجاه \overrightarrow{AE}

$\therefore \overline{HB} = \overline{CH}$ ، $\overline{HB} \parallel \overline{CH}$

(وهو المطلوب)

\therefore الشكل $ABCH$ متوازي أضلاع.

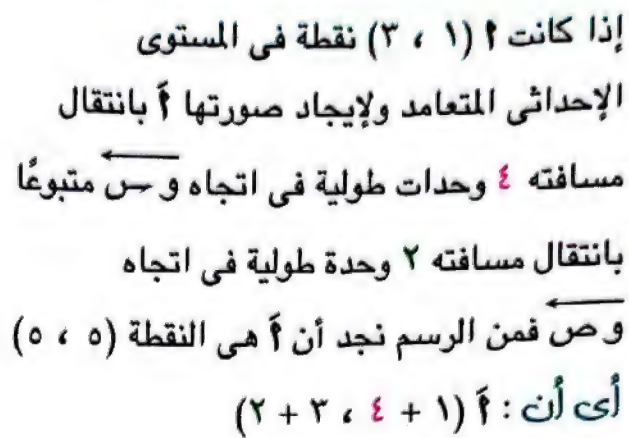
حاول بنفسك ١

ارسم $ABCH$ متوازي أضلاع ، خذ $E \in \overline{AD}$ بحيث $\overline{AE} \perp \overline{AC}$ ثم ارسم صورة

ΔABH بانتقال مقداره τ في اتجاه \overrightarrow{AE}

١ أثبت أن : الشكل $ABCH$ مستطيل (حيث H صورة E بالانتقال السابق).

٢ عيّن : مقدار واتجاه الانتقال الذي يحول B إلى H



الانتقال في المستوى الإحداثى يحول كل نقطة إزاحة سينية θ يتبعها إزاحة صادية ϕ
 أى أن: صورة النقطة $P(x, y)$ \rightarrow النقطة $P'(x', y')$

أوجد صور النقط: ٢ (٥، ٢) ، ب (-٤، ٣) ، ح (٢، ٠)
بانتقال: (س، ص) ← (س + ٢، ص - ٣)

• صورة $(2, 5)$ هي $(2+2, 5-3)$

أى أن: ٤ (٢، ٤)

• صورتہ $(3, -4)$ ہی $(-3, 4)$ ہے

أَيُّ أَنْ: (٠، ٢-)

• صورة ح (٢، ٠) هي ح' (٢+٢، ٠-٣)

أَيُّ أَنْ : حَ (٤ ، ٣)

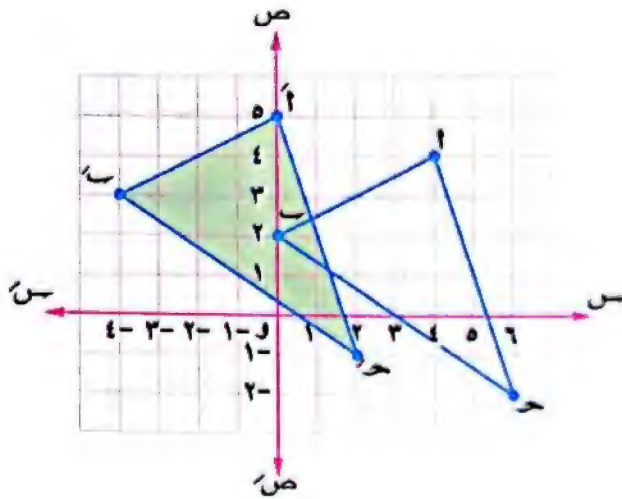
نلاحظ أن : الانتقال : (س ، ص) ← (س + ٢ ، ص - ٣)

يحول كل نقطة إزاحة أفقية لليمين مقدارها وحدتان وإزاحة رأسية لأسفل مقدارها ٣ وحدات

مثال ٣

ارسم على شبكة تربيعية Δ أ ب ح حيث: أ (٤، ٤) ، ب (٢، ٠) ، ح (٢، -٦)
ثم ارسم صورته بالانتقال: (س، ص) \leftarrow (س - ٤، ص + ١)

الحل



(س، ص) \leftarrow (س - ٤، ص + ١)

النقطة	صورتها بالانتقال
أ (٤، ٤)	أ' (٠، ٠)
ب (٢، ٠)	ب' (-٢، ١)
ح (٢، -٦)	ح' (-٢، -٥)

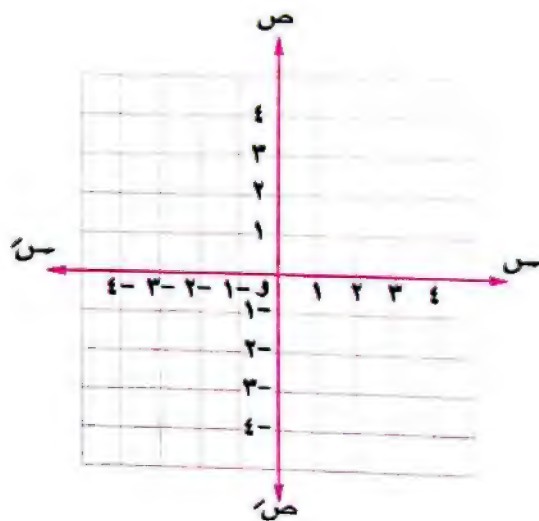
$\therefore \Delta$ أ ب ح هو صورة Δ أ' ب' ح'

بالانتقال (س، ص) \leftarrow (س - ٤، ص + ١)

ملاحظة

الانتقال: (س، ص) \leftarrow (س + ١، ص + ١) يمكن أن يكتب على الصورة: الانتقال (١، ١)
فمثلاً: الانتقال: (س، ص) \leftarrow (س + ٢، ص - ١)
يمكن أن يكتب على الصورة: الانتقال (٢، -١)

حاول بنفسك ٢



ارسم على شبكة تربيعية Δ أ ب ح حيث

أ (٢، -٢) ، ب (١، -١) ، ح (٠، -٢)

ثم ارسم صورته بالانتقال

(س، ص) \leftarrow (س + ٢، ص + ١)

مثال ٤

أوجد صورة كل من النقطتين: $\uparrow (٤, ١)$ ، $\leftarrow (٣, ٠)$ بالانتقال مسافة $م$ ن في اتجاه $\overrightarrow{م ن}$ حيث: $م (٢, ٤)$ ، $ن (٤, ١)$

الحل

بملاحظة الشكل المقابل نجد أن:

الانتقال مسافة $م$ ن في اتجاه $\overrightarrow{م ن}$

حيث $م (٢, ٤)$ ، $ن (٤, ١)$ يكافئ:

• إزاحة أفقية من ٤ إلى ١

أي: إزاحة ٣ وحدات لليسار (٣-)

• إزاحة رأسية من ٢ إلى ٤

أي: إزاحة وحدتين لأعلى (٢)

أي أن: $(س, ص) \leftarrow (س - ٣, ص + ٢)$

وعلى هذا فإن:

أي أن: $\uparrow (٤, ١)$

$\uparrow (٤, ١) \leftarrow (١ - ٢, ٤ - ٣)$

أي أن: $\leftarrow (٣, ٠)$

$\leftarrow (٣, ٠) \leftarrow (٠ - ٣, ٠ + ٢)$

لاحظ أن:

الانتقال مسافة $م$ ن في اتجاه $\overrightarrow{م ن}$ حيث: $م (٢, ٤)$ ، $ن (٤, ١)$ يكافئ:

• إزاحة أفقية (سينية) من ٤ إلى ١ وتساوي $١ - ٤ = ٣ -$

• إزاحة رأسية (صادية) من ٢ إلى ٤ وتساوي $٤ - ٢ = ٢ =$

أي أن: قاعدة الانتقال هي: $(س, ص) \leftarrow (س - ٣, ص + ٢)$

مثال ٥

ارسم صورة Δ أ ب ح حيث: أ (٢، ٥) ، ب (٥، ٤) ، ح (٢، ٢)
بانتقال ب ح في اتجاه ح ب واكتب قاعدة الانتقال.

الحل

ب (٥، ٤) ، ح (٢، ٢)

∴ الانتقال مسافة ب ح في اتجاه ح ب يكافئ:

• إزاحة رأسية وتساوى ٢ - ٤ = ٢ - ٥

أي أن: قاعدة الانتقال هي: (س، ص) ← (س - ٣، ص - ٢)

وعلى هذا فإن:

أ (٢، ٥) ← أ' (٢ - ٣، ٥ - ٢)

أي أن: أ' (١، ٣)

ب (٥، ٤) ← ب' (٥ - ٣، ٤ - ٢)

أي أن: ب' (٢، ٢) (ب' تنطبق على نقطة ح)

ح (٢، ٢) ← ح' (٢ - ٣، ٢ - ٢)

أي أن: ح' (١، ٠)

أي أن: Δ أ' ح' هو صورة Δ أ ب ح بانتقال ب ح في اتجاه ح ب

حاول بنفسك ٣

ارسم المربع أ ب ح د حيث: أ (٢، ٤) ، ب (٥، ٤) ، ح (٥، ١) ، د (٢، ١)
وارسم صورته بانتقال ح أ في اتجاه ح أ

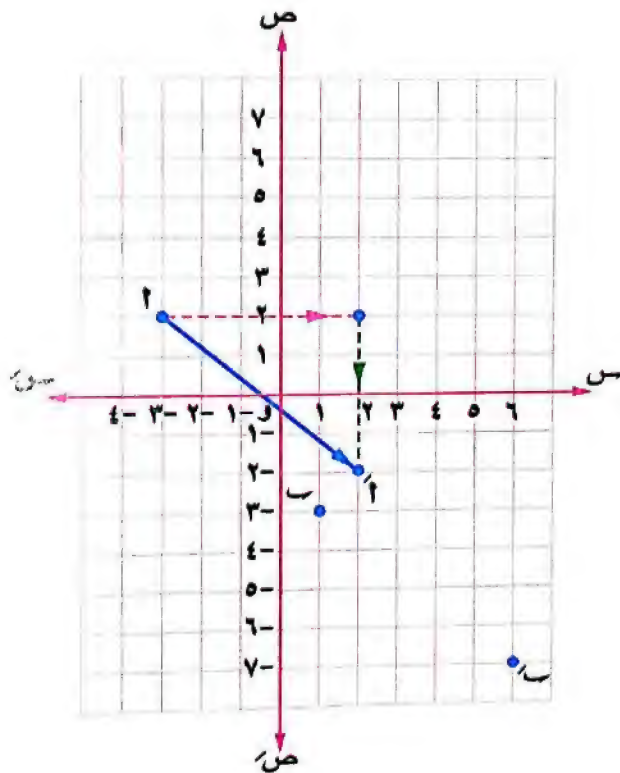
مثال ٦

إذا كانت صورة النقطة أ $(-2, 3)$ بالانتقال هي أ $(2, -2)$

١ أوجد قاعدة الانتقال.

٢ أوجد صورة ب $(1, -3)$ بنفس الانتقال.

الحل



١ بملاحظة الشكل نجد أن :

الانتقال الذي يجعل أ $(-2, 3)$ صورة أ $(2, -2)$ يكافئ :

• إزاحة أفقية ٥ وحدات لليمين (٥)

• إزاحة رأسية ٤ وحدات لأسفل (٤-)

∴ قاعدة الانتقال هي : (س ، ص) → (س + ٥ ، ص - ٤)

٢ ب $(1, -3)$ → ب' $(١ + ٥ ، -٣ - ٤) = (٦ ، -٧)$ أي أن : ب' $(٦ ، -٧)$

مثال ٧

إذا كانت : $A(7, -2)$ هي صورة A' بالانتقال الذي قاعدته :

$(س, ص) \rightarrow (س-3, ص+1)$ فأوجد النقطة A'

الحل

بفرض أن : $A(س, ص)$ $\therefore A' (س-3, ص+1)$

$\therefore A(7, -2) = (س-3, ص+1)$ أي أن :

$$س = 10$$

$$ص = -3$$

$$\therefore س-3 = 7$$

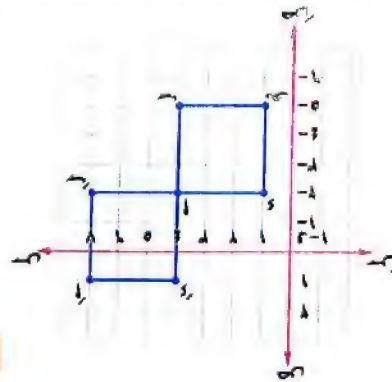
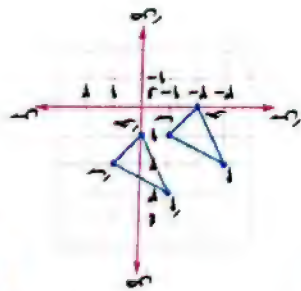
$$ص+1 = -2$$

$$\therefore A'(10, -3)$$

لاحظ أن :

إذا كان : $(س, ص) = (س', ص')$

فإن : $س = س', ص = ص'$



① $\vec{AB} = \vec{DC}$ و $\vec{AD} = \vec{BC}$

② $\vec{AB} \parallel \vec{DC}$ و $\vec{AD} \parallel \vec{BC}$: أي أن : $\vec{AB} = \vec{DC}$ و $\vec{AD} = \vec{BC}$

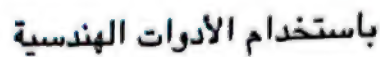


الموازيات المتساوية



● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات

۷۹۱



ارسم صورة كل من الشكلين المقابلين

بالانتقال مسافة من ص في اتجاه من ص

📖 ارسم القطعة المستقيمة \overline{AB} التي طولها ٥ سم

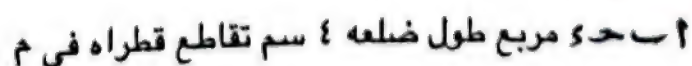
ثم ارسم صورتها بانتقال ٨ سم في اتجاه ا ب ←

باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المربع ١ - حـ الذي طول ضلعه ٤ سم

ثم ارسم صورته بالانتقال مسافة ٤ سم في اتجاه \overrightarrow{AB}

ارسم المثلث ABC الذي فيه: $AB = 4$ سم ، $BC = 6$ سم ، $CA = 5$ سم

ثم ارسم صورته بانتقال ٢ سم في اتجاه حـ ←

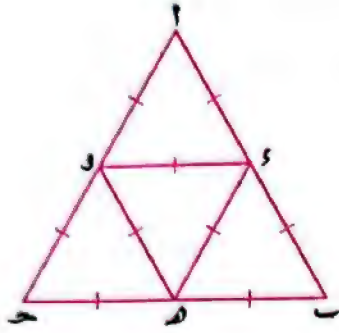


ارسم :

١٠ صورة Δ م ١ ب بانتقال ٢ سم في اتجاه \overrightarrow{AO}

٢١ صورة Δ م ب بانتقال م في اتجاه م

٦ في الشكل المقابل :



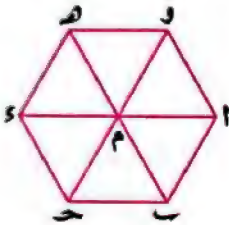
المثلثات ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ متطابقة

أكمل ما يأتي :

١ صورة $\triangle ١٢٥$ بانتقال مسافة ١ في اتجاه $\overrightarrow{١٢}$ هي

٢ $\triangle ١٢٥$ و $\triangle ١٢٥$ بانتقال مسافة في اتجاه

٧ في الشكل المقابل :



١ ب ح و شكل سداسي منتظم

أكمل ما يأتي :

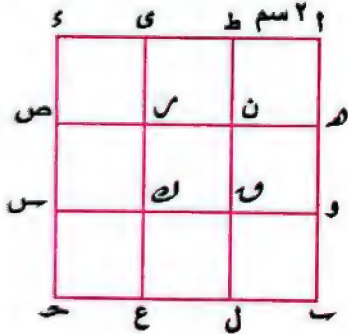
١ صورة النقطة ٧ بانتقال ٢ في اتجاه $\overrightarrow{١٢}$ هي

٢ صورة ١ و ٢ بانتقال ٣ في اتجاه $\overrightarrow{١٢}$ هي

٣ صورة $\triangle ١٢٣$ بانتقال ٤ في اتجاه $\overrightarrow{١٢}$ هي

٤ الانتقال الذي يجعل $\triangle ١٢٣$ صورة $\triangle ١٢٣$ هو

٨ في الشكل المقابل :



١ ب ح و مربع ، جميع المربعات بداخله متطابقة

أكمل ما يأتي :

١ صورة ١ و ٢ بانتقال مسافة ٢ سم في اتجاه $\overrightarrow{١٢}$ هي

٢ صورة المربع ١ و ٢ بانتقال مسافة ٤ سم في اتجاه $\overrightarrow{١٢}$ هي

٣ المربع ١ و ٢ هو صورة المربع ٣ و ٤ بانتقال مسافة سم في اتجاه

٩ أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فيه : $\angle ١ = ٣٠^\circ$ ، $\angle ٢ = ٤٠^\circ$ سم

ارسم $\triangle ١٢٣$ صورة $\triangle ١٢٣$ بانتقال مقداره ٣ سم في اتجاه $\overrightarrow{١٢}$

برهن أن : الشكل ١ و ٢ ح ح متوازي أضلاع.

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

10

ارسم Δ $أ ب ح$ قائم الزاوية في $ب$ ، فيه : $أ ب = ب ح = 3$ سم ثم ارسم صورة Δ $أ ب ح$ بانتقال مقداره 3 سم في اتجاه $\overrightarrow{أ ب}$ وبرهن أن : الشكل $ب ح د$ مربع.

11

$أ ب ح$ مستطيل ، $هـ \in \overline{أ ب}$ ارسم صورة Δ $أ ب هـ$ بانتقال مسافة 2 في اتجاه $\overrightarrow{أ ب}$ وإذا كانت النقطة $هـ$ صورة النقطة $هـ$ بهذا الانتقال فبرهن أن الشكل $ب ح د هـ$ متوازي أضلاع.

12

$أ ب ح$ متوازي أضلاع ، $ب هـ \perp \overline{أ ب}$ يقطعه في $د$ ارسم Δ $أ ب د$ صورة Δ $أ ب هـ$ بانتقال مسافة $هـ د$ في اتجاه $\overrightarrow{أ ب}$ وبرهن أن : الشكل $ب ح د$ مستطيل.

ثانياً مسائل على الانتقال في المستوى الإحداثي

1

أكمل ما يأتي :

- 1 صورة النقطة $(2, 5)$ بانتقال : $(س, ص) \rightarrow (س + 2, ص + 1)$ هي
- 2 صورة النقطة $(3, 2)$ بانتقال : $(س, ص) \rightarrow (س + 3, ص - 2)$ هي
- 3 صورة النقطة $(-5, 4)$ بانتقال : $(س, ص) \rightarrow (س + 4, ص - 5)$ هي
- 4 صورة النقطة $(-2, -5)$ بانتقال : $(س, ص) \rightarrow (س - 2, ص - 5)$ هي
- 5 صورة النقطة $(3, -2)$ بانتقال : $(س, ص) \rightarrow (س + 3, ص)$ هي

2

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- 1 صورة النقطة $(-1, 2)$ بانتقال مقداره 3 وحدات في الاتجاه الموجب لمحور السينات هي

(أ) $(-1, 5)$ (ب) $(2, 2)$ (ج) $(-2, 2)$ (د) $(-1, 3)$

- 2 صورة النقطة $(-3, 4)$ بانتقال مقداره 4 وحدات في الاتجاه السالب لمحور الصادات هي

(أ) $(-3, 0)$ (ب) $(-7, 4)$ (ج) $(-3, 8)$ (د) $(-1, 4)$

- 3 إذا كانت $أ (3, -3)$ هي صورة $أ$ بانتقال : $(س, ص) \rightarrow (س - 1, ص - 4)$ فإن النقطة $أ$ هي

(أ) $(2, -1)$ (ب) $(4, -1)$ (ج) $(-4, -1)$ (د) $(2, -1)$

٤ صورة النقطة $(-1, 4)$ بالانتقال : $(3, -2)$ متبوعاً بالانعكاس في محور السينات هي

- (أ) $(2, 2)$ (ب) $(-2, 2)$ (ج) $(-2, -2)$ (د) $(2, -2)$

٥ إذا كانت : $(1, -1)$ هي صورة $(2, 4)$ بالانتقال :

$(س, ص) \leftarrow (س + 1, ص - 1)$ فإن : $(1, -1) = \dots\dots\dots$

- (أ) $(3, 3)$ (ب) $(1, 3)$ (ج) $(3, 5)$ (د) $(1, -5)$

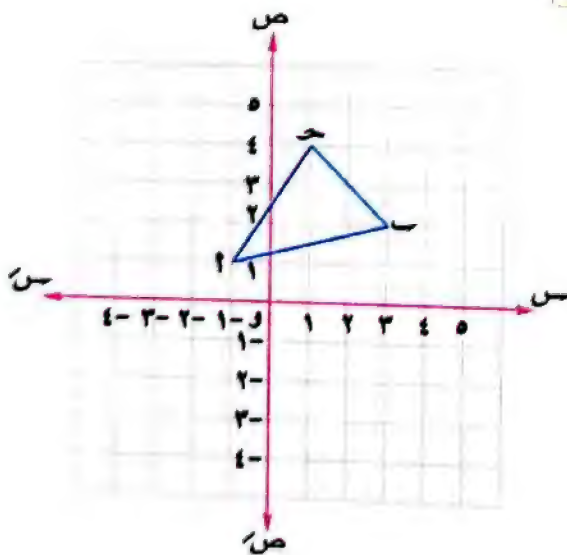
٦ إذا كانت أ صورة ب بالانعكاس في محور الصادات

فإن أ صورة ب بالانتقال

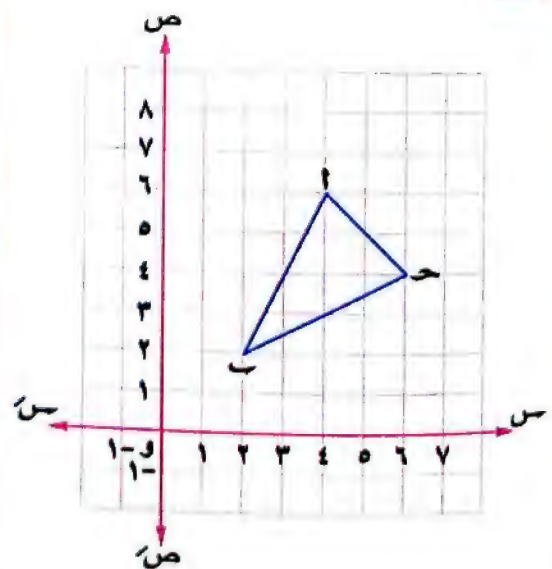
(أ) $(س, ص) \leftarrow (س + 4, ص)$ (ب) $(س, ص) \leftarrow (س, ص + 6)$

(ج) $(س, ص) \leftarrow (س - 4, ص)$ (د) $(س, ص) \leftarrow (س, ص - 6)$

٣ ارسم صورة كل من الشكلين الآتيين بالانتقال الموضح أسفل كل شكل :



$(س, ص) \leftarrow (س + 2, ص)$



$(س, ص) \leftarrow (س + 2, ص + 3)$

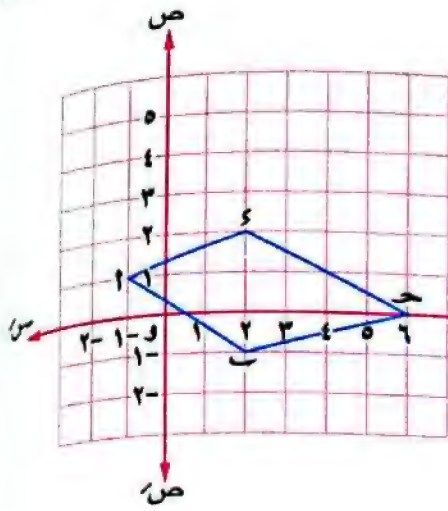
تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

4

ارسم صورة الشكل أ ب ح د

المرسوم على الشبكة التربيعية

بكل انتقال مما يأتي :



1) $(س, ص) \leftarrow (س + ٥, ص + ٢)$

2) $(س, ص) \leftarrow (س - ٨, ص - ١)$

3) $(س, ص) \leftarrow (س + ٢, ص - ٤)$

4) $(س, ص) \leftarrow (س - ٤, ص + ٢)$

5

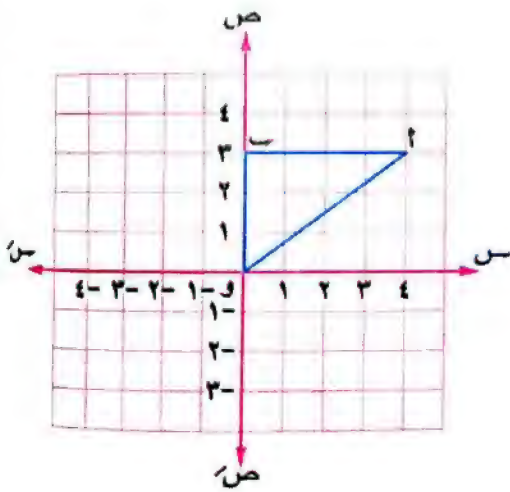
باستخدام الشبكة التربيعية ارسم Δ و ب ح حيث و نقطة الأصل ، ب (٣ ، ٠)

، ح (٠ ، ٢) ثم ارسم صورته بالانتقال : $(س, ص) \leftarrow (س - ٤, ص + ١)$

6

ارسم صورة Δ أ ب و :

بانتقال أ و في اتجاه أ و



7

باستخدام شبكة تربيعية أوجد صورة كل من النقاط التالية بانتقال ل م في اتجاه ل م

حيث : ل (١ ، ٣) ، م (٤ ، ٥)

1) أ (٣ ، ٢-) 2) ب (٥ ، ٤) 3) ح (٣ ، ٠)

٨ ارسم على ورق المربعات المثلث \triangle ح حيث : $\triangle (1, 2)$ ، $\triangle (1, 1)$ ، $\triangle (1, 0)$ ،
ثم ارسم صورته بانتقال \triangle في اتجاه \triangle

٩ إذا كانت إحداثيات رؤوس المربع \triangle ح هي :

$\triangle (1, 1)$ ، $\triangle (2, 4)$ ، $\triangle (5, 3)$ ، $\triangle (4, 0)$

١ ارسم المربع وصورته بانتقال \triangle في اتجاه \triangle

٢ اكتب قاعدة الانتقال.

٣ بتطبيق الانتقال الذي يحول النقطة (س ، ص) إلى النقطة (س + ٢ ، ص + ٣)

أوجد النقطة التي صورتها $(2, 3)$

١١ إذا كانت صورة النقطة $\triangle (1, 1)$ بالانتقال في المستوى الإحداثي هي $\triangle (2, 2)$

أوجد صور النقط التالية بنفس الانتقال : و $(0, 0)$ ، $\triangle (1, 3)$ ، $\triangle (3, -5)$

١٢ إذا كان : $\triangle (1, 3)$ ، $\triangle (1, -2)$ اكتب قاعدة الانتقال الذي يجعل \triangle صورة \triangle

١٣ إذا كانت : $\triangle (2, 3)$ ، $\triangle (1, 5)$ أوجد :

١ ح صورة $\triangle (1, 1)$ بانتقال \triangle في اتجاه \triangle

٢ التي صورتها $\triangle (1, 2)$ بانتقال \triangle في اتجاه \triangle

١٤ إذا كانت النقطة : $\triangle (3, -2)$ صورة النقطة \triangle بانتقال قاعدته :

(س ، ص) \leftarrow (س - ١ ، ص - ٤) ارسم النقطة \triangle وصورتها \triangle على الشبكة التربيعية

وبنفس الانتقال ارسم صورة المثلث \triangle ح حيث : $\triangle (0, 5)$ ، $\triangle (1, -2)$

١٥

في الشكل المقابل :

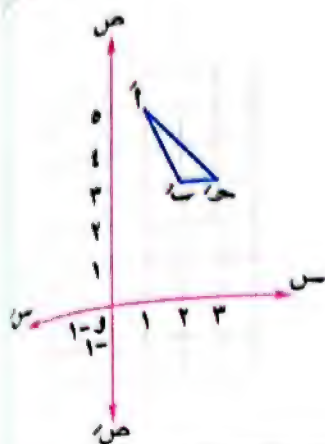
إذا كان $\triangle ABC$

صورة $\triangle ABC$

بانتقال :

$(س، ص) \leftarrow (س + ٢، ص + ٣)$

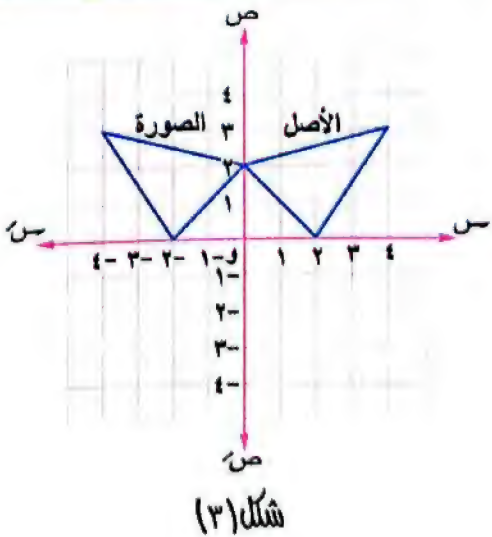
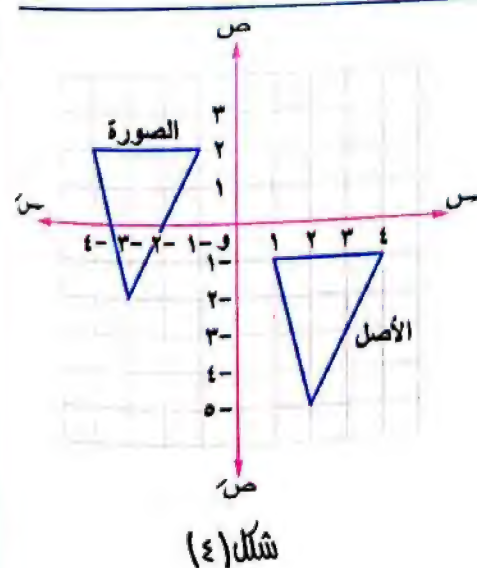
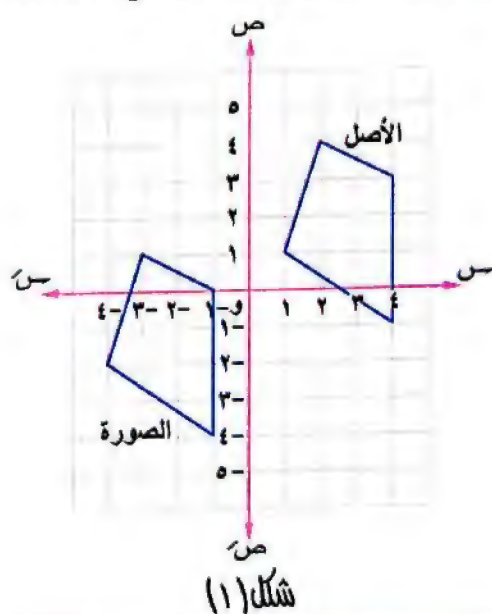
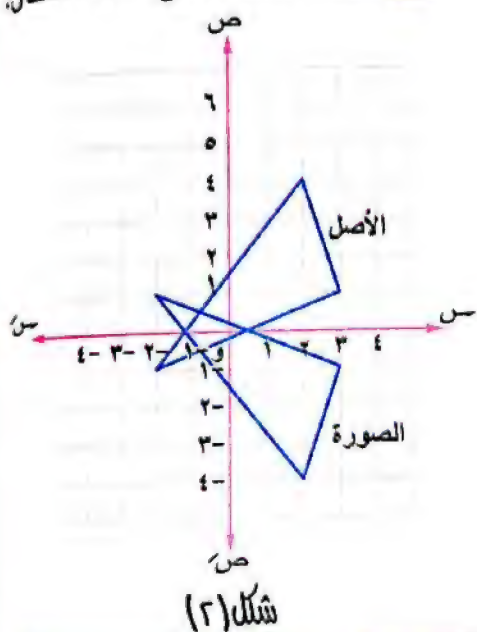
ارسم $\triangle ABC$



١٦

بين نوع كل من التحويلات الهندسية الآتية (انعكاس أو انتقال) :

١ أوجد محور الانعكاس في حالة الانعكاس. ٢ صف الانتقال في حالة الانتقال.



للمتفوقين

١٧ ارسم Δ ٢ ب ح على الشبكة التربيعية حيث: ٢ (٤، ٤) ، ب (٢، ٤) ، ح (٢، ١)
ثم ارسم صورته بالانتقال مسافة ٣ ب في اتجاه \leftarrow

١٨ إذا كانت: ٢ (١، ٢) صورة النقطة ب بالانعكاس في محور السينات متبوعاً بالانعكاس في محور الصادات فعين الانتقال الذي يجعل النقطة ٢ صورة النقطة ب

قريبًا بالمكتبات





المحاصر

في الرياضيات
و اللغة الإنجليزية

المراجعة النهائية
ونماذج الامتحانات



تمهيد

إذا وقفت في الملهى أمام لعبة العربات الدائرة تجد أن العربة الواحدة تتحرك حركة دائرية حول نقطة ثابتة في اتجاه حركة عقارب الساعة  أو ضد اتجاه حركة عقارب الساعة  هذه الحركة تسمى «دوران».



تعريف الدوران

إذا كانت M نقطة ثابتة في المستوى فإن الدوران حول M بزاوية قياسها θ° هو تحويلة هندسية تحول كل نقطة A في المستوى إلى نقطة أخرى A' في نفس المستوى

بحيث : $\theta = (A M A')$ ، $M A = M A'$

هذا الدوران يُرمز له بالرمز $D(M, \theta)$

حيث : M مركز الدوران.

θ قياس زاوية الدوران.



بناءً على هذا التعريف فإن الدوران يتحدد تمامًا بالعناصر الآتية :



١ مركز الدوران.

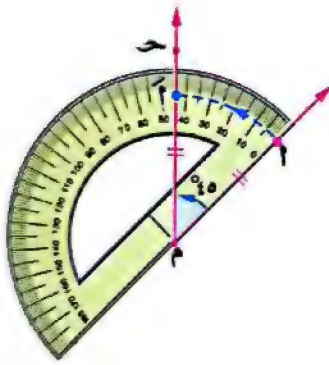
٢ قياس زاوية الدوران ($^\circ$)

٣ اتجاه الدوران.

الدوران في المستوى

إيجاد صورة نقطة بدوران معلوم

أولاً : إيجاد صورة النقطة ٢ بالدوران حول نقطة م بزاوية قياسها 45° أي د (م ، 45°) :



• نرسم الشعاع $\overrightarrow{M2}$

• نركز بحرف المنقلة على $\overrightarrow{M2}$

وفي عكس اتجاه حركة عقارب

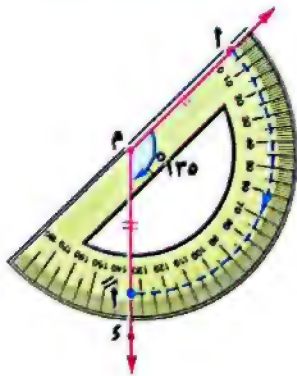
الساعة نرسم $\overrightarrow{M1}$ بحيث يكون $\angle 2M1 = 45^\circ$

• نركز بسن الفرجار عند م وبفتحة طولها ٢

نرسم قوساً يقطع $\overrightarrow{M1}$ في ٢

فتكون ٢ هي صورة ١ بالدوران حول م بزاوية قياسها 45°

ثانياً : إيجاد صورة النقطة ٢ بالدوران حول نقطة م بزاوية قياسها (-135°) أي د (م ، -135°) :



• نكرر نفس الخطوات السابقة

بأن نرسم $\overrightarrow{M2}$ في اتجاه حركة عقارب الساعة

بحيث : $\angle 2M1 = -135^\circ$

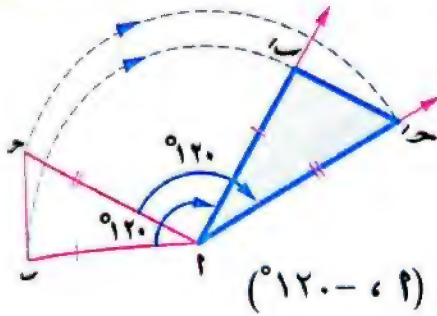
ونعين عليه نقطة ٢ بحيث $M2 = ٢$

فتكون ٢ هي صورة ١ بالدوران حول م

بزاوية قياسها (-135°)

ملاحظة!

إذا كانت : أ هي صورة أ بدوران حول م بزاوية قياسها $^\circ$
فإن : أ هي صورة أ بدوران حول م بزاوية قياسها $(-^\circ)$

إيجاد صورة مضلع بدوران معلوم

الشكل المقابل يوضح كيفية إيجاد صورة $\triangle ABC$ بالدوران $D(120^\circ, M)$ وذلك بإيجاد صورة كل رأس من رؤوسه فيكون $\triangle A'B'C'$ صورة $\triangle ABC$ بالدوران $D(120^\circ, M)$
لاحظ أن : $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

ملاحظة!

في الرسم السابق صورة أ بالدوران $D(120^\circ, M)$ هي نفسها لأنها مركز الدوران.

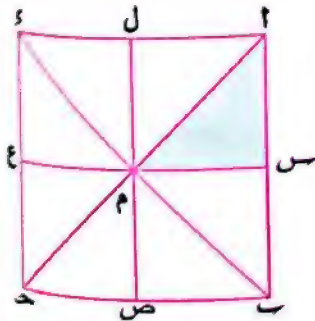
خواص الدوران

من خلال دراستنا للدوران وجدنا أن الدوران هو تحويلة هندسية تحول الشكل الهندسي إلى شكل مطابق له ولذلك يقال إن : الدوران في المستوى هو تساوي قياسي.

ومن ذلك يمكن استنتاج بعض خواص الدوران وإضافة خواص أخرى من خلال عرضنا للمثال التوضيحي التالي :

مثال توضيحي

في الشكل المقابل :



أ ب ح د مربع ، قطراه متقاطعان في م ، س ، ص ، ع ، ل
منتصفات أضلاعه أ ب ، ب ح ، ح د ، د أ على الترتيب أوجد :

- ١ صورة $\triangle ABE$ م بالدوران $D(90^\circ, M)$ واذكر ماذا تلاحظ.
- ٢ صورة كل من : أ ب ، ب ح بالدوران $D(90^\circ, M)$ واذكر ماذا تلاحظ.
- ٣ صورة كل من : ب ، ص ، ح بالدوران $D(180^\circ, M)$ واذكر ماذا تلاحظ.

الصل

١. : صورة Δ بالدوران Δ (م ، ٩٠) ، ل صورة Δ بالدوران Δ (م ، ٩٠) ،
م هي نفسها (مركز الدوران) . : Δ و ل م صورة Δ م بالدوران Δ (م ، ٩٠)

الدوران في المستوى يحافظ على أطوال القطع المستقيمة.	(أى أن)	$\Delta = \Delta$ ، $\Delta = \Delta$ ، $\Delta = \Delta$
الدوران في المستوى يحافظ على قياسات الزوايا.	(أى أن)	$\Delta = \Delta$ ، $\Delta = \Delta$ ، $\Delta = \Delta$ ، $\Delta = \Delta$ ، $\Delta = \Delta$ ، $\Delta = \Delta$
الدوران في المستوى يحافظ على الاتجاه الدوراني لترتيب رؤوس الشكل.	(أى أن)	قراءة Δ م تسير مع اتجاه دوران عقارب الساعة وكذلك قراءة Δ و ل م تسير مع اتجاه دوران عقارب الساعة.

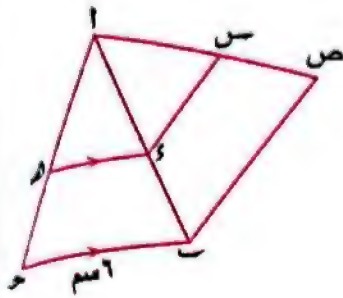
٢. : صورة Δ بالدوران Δ (م ، ٩٠) ، صورة Δ بالدوران Δ (م ، ٩٠) ،
: صورة Δ بالدوران Δ (م ، ٩٠) ،
: صورة Δ بالدوران Δ (م ، ٩٠) ،
: صورة Δ بالدوران Δ (م ، ٩٠) ،

الدوران في المستوى يحافظ على التوازي.	(أى أن)	$\Delta \parallel \Delta$ ، $\Delta \parallel \Delta$
--	---------	---

٣. : صورة Δ ، ل صورة Δ ، صورة Δ بالدوران Δ (م ، ١٨٠)

الدوران في المستوى يحافظ على البينية.	(أى أن)	$\Delta \ni \Delta$ ، $\Delta \ni \Delta$ (صورة Δ)
الدوران في المستوى يحافظ على استقامة النقط.	(أى أن)	Δ ، Δ ، Δ على استقامة واحدة Δ ، Δ ، Δ على استقامة واحدة أيضًا.

مثال ١



في الشكل المقابل :

إذا كان الشكل $\triangle ABC$ صورة الشكل $\triangle DEF$ بالدوران $D(٩٠^\circ, ٩)$ ، $BC = ٦$ سم ، $DE \parallel AC$ ،
 ١ أوجد : طول BC ٢ أثبت أن : $DE \parallel AC$

الحل

∴ الشكل $\triangle ABC$ صورة الشكل $\triangle DEF$ بالدوران $D(٩٠^\circ, ٩)$

∴ صورة A ، C صورة E بهذا الدوران.

∴ AC صورة EC بهذا الدوران.

∴ $AC = EC = ٦$ سم

(المطلوب أولاً)

∴ الشكل $\triangle ABC$ صورة الشكل $\triangle DEF$ بالدوران $D(٩٠^\circ, ٩)$

∴ AB ، BC صورتا ED ، AC على الترتيب بهذا الدوران.

∴ $DE \parallel AC$ ،

∴ $DE \parallel AC$

(المطلوب ثانياً)

حاول بنفسك ١

في الشكل المقابل :

١ $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ شكل سداسي منتظم أكمل ما يأتي :

١ صورة النقطة A بدوران حول M قياس زاويته ١٨٠°

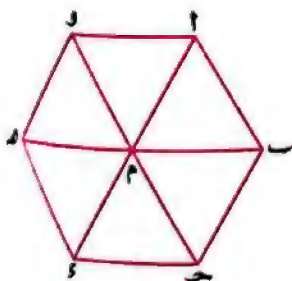
هي

٢ صورة AB بدوران حول M قياس زاويته (-٦٠°)

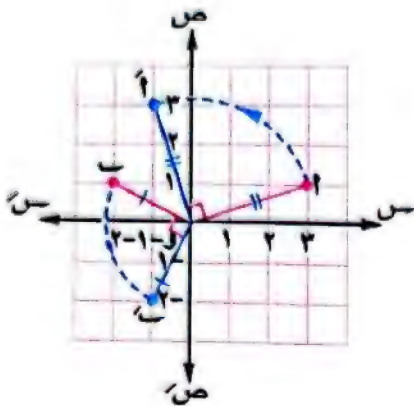
هي

٣ صورة $\triangle ABC$ بدوران حول M قياس زاويته ١٢٠°

هي



الدوران في المستوى الإحداثي



أولاً: الدوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل و:

الشكل المقابل يبين صورتى النقطتين:

أ (1، 2) ، ب (1، -2)

بالدوران د (و ، 90°) بالطريقة التى سبق دراستها.

وبملاحظة الشكل نجد أن:

صورة النقطة أ (1، 2) بالدوران د (و ، 90°) ← النقطة أ' (2، 1)

صورة النقطة ب (1، -2) بالدوران د (و ، 90°) ← النقطة ب' (-2، -1)

مما سبق نستنتج القاعدة الآتية:

صورة النقطة (س ، ص) بالدوران د (و ، 90°) ← النقطة (ص ، -س)

ملاحظتان!

١ صورة النقطة (س ، ص) بالدوران د (و ، 90°) ← النقطة (ص ، -س)

فمثلاً: صورة النقطة (2، 3) بالدوران د (و ، 90°) ← النقطة (3، -2)

٢ الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 270° يكافئ الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها (-90°)

فمثلاً: صورة النقطة (2، 3) بالدوران د (و ، 270°) ← النقطة (3، -2)

ثانيًا : الدوران بزاوية قياسها 180° حول نقطة الأصل و :

الشكل المقابل يبين صورتى النقطتين :

$$أ (١ ، ٣) ، ب (-٢ ، ١)$$

$$\text{بالدوران د (و ، } 180^\circ)$$

بالطريقة التى سبق دراستها .

وبملاحظة الشكل نجد أن :

$$\bullet \text{ صورة النقطة } أ (١ ، ٣) \xrightarrow{\text{بالدوران د (و ، } 180^\circ)} \text{النقطة } أ (-١ ، -٣)$$

$$\bullet \text{ صورة النقطة } ب (-٢ ، ١) \xrightarrow{\text{بالدوران د (و ، } 180^\circ)} \text{النقطة } ب (٢ ، -١)$$

مما سبق نستنتج القاعدة الآتية :

$$\text{صورة النقطة (س ، ص) } \xrightarrow{\text{بالدوران د (و ، } 180^\circ)} \text{النقطة (-س ، -ص)}$$

ملاحظات !

١ صورة النقطة أ (س ، ص) بالدوران د (و ، 180°) هى نفسها صورة النقطة أ

بالدوران د (و ، -180°)

٢ صورة النقطة أ (س ، ص) بدوران بزاوية قياسها $\pm 360^\circ$

حول نقطة الأصل هى نفسها النقطة أ (س ، ص)

٣ الدوران بزاوية قياسها 90° يُسمى دوران ربع دورة.

٤ الدوران بزاوية قياسها 180° يُسمى دوران نصف دورة.

٥ الدوران بزاوية قياسها 360° يسمى بالدوران المحايد لأنه يعيد الشكل لوضعه الأصلي.

مثال ٢

أكمل الجدول التالي :

النقطة	صورتها بالدوران د (و ، ± ١٨٠°)	صورتها بالدوران د (و ، ٩٠°)
١	(٢ ، ٣)
٢	(٤ ، ٣-)
٣	(١- ، ٢-)
٤	(٢- ، ٥)
٥	(٠ ، ٦)

الحل

١	(٣ ، ٢-) ، (٢- ، ٣-)	٢	(٤- ، ٣) ، (٣- ، ٤-)	٣	(١ ، ٢) ، (٢- ، ١)
٤	(٢ ، ٥-) ، (٥- ، ٢-)	٥	(٦- ، ٠) ، (٦ ، ٠)		

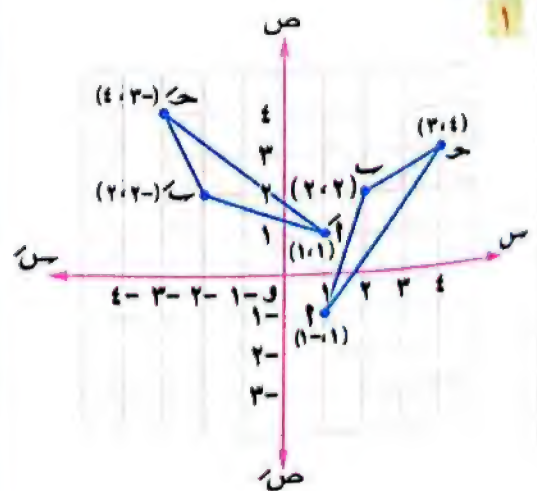
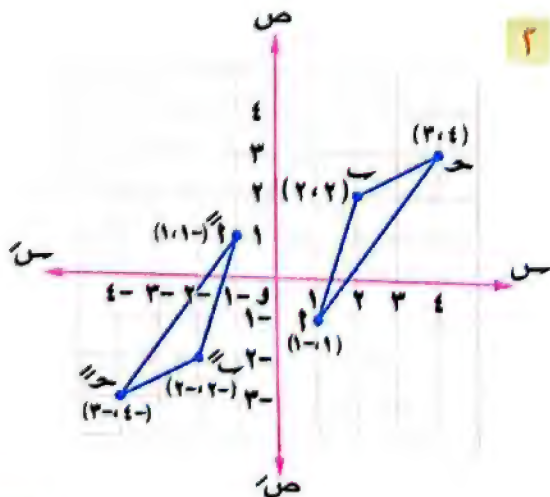
مثال ٣

ارسم على شبكة تربيعية $\triangle ABC$ حيث : أ (١- ، ١) ، ب (٢ ، ٢) ، ج (٣ ، ٤)

١ ارسم $\triangle A'B'C'$ صورة $\triangle ABC$ بالدوران د (و ، ٩٠°)

٢ ارسم $\triangle A''B''C''$ صورة $\triangle ABC$ بالدوران د (و ، ١٨٠°)

الحل

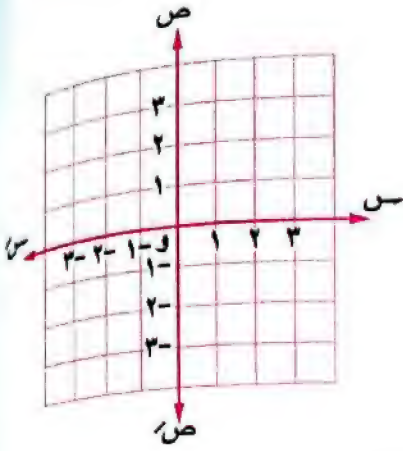


حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :

على الشبكة التربيعية المتعامدة ارسم \overline{AB} حيث : $A(1, 2)$ ، $B(3, 1)$

ثم ارسم صورتها بالدوران :

١ د (و ، 90°)٢ د (و ، 180°)

خداع بصري

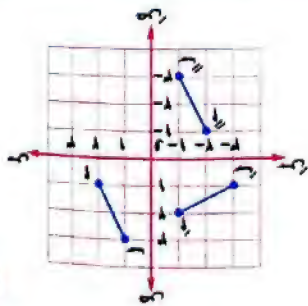


انظر إلى الصورة ثم أدر الكتاب

بزاوية قياسها 180°

وانظر إلى الصورة مرة أخرى.

ماذا تلاحظ ؟



الخطوة ١

٨

٨

حاول بنفسك

تمارين 12

على الدوران



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيقات

فهم

تذكر

مسائل على الدوران في المستوى

أولاً

١ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم $\triangle ABC$ طولها ٣ سم ، ثم ارسم صورتها بالدوران د (ب ، 135°)

٢ ارسم المثلث $\triangle ABC$ المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٦ سم ، ارسم صورة المثلث $\triangle A'B'C'$ بدوران د (أ ، 60°)

٣ ارسم المثلث $\triangle ABC$ الذي فيه : $AB = 5$ سم ، $BC = 6$ سم ، $CA = 7$ سم
ثم ارسم صورة المثلث $\triangle A'B'C'$:
١ بدوران د (أ ، 180°) ٢ بدوران د (أ ، 360°)

٤ ارسم المثلث $\triangle ABC$ الذي فيه : $AB = 3$ سم ، $BC = 4$ سم ، $CA = 5$ سم
ثم ارسم صورة $\triangle A'B'C'$ في كل من الحالتين الآتيتين :
١ بدوران حول C بزاوية قياسها 90°
٢ بدوران حول C بزاوية قياسها 270°

٥ ارسم $\triangle ABC$ الذي فيه : $AB = 5$ سم ، $BC = 3$ سم ، $CA = 4$ سم
، ارسم $\triangle A'B'C'$ بالدوران د (أ ، 40°) ، $\triangle A''B''C''$ بالدوران د (أ ، -40°)

٦ ارسم المربع $ABCD$ الذي طول ضلعه ٥ سم ثم ارسم صورة المربع $A'B'C'D'$:
١ بدوران د (ب ، 90°) ٢ بدوران د (أ ، 180°)

٧ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المربع $ABCD$ الذي طول ضلعه ٤ سم ثم ارسم صورته بالدوران حول مركزه (نقطة تقاطع قطريه) بزاوية قياسها 90°

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٨ ارسم المستطيل $أ ب ح د$ الذي فيه : $أ ب = ٤$ سم ، $ب ح = ٦$ سم ، ارسم صورة المستطيل $أ ب ح د$

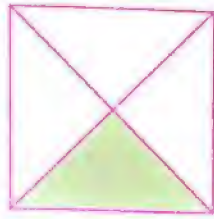
١ بدوران $د (٩٠^\circ)$ ٢ بدوران $د (١٨٠^\circ)$ حيث $م$ نقطة تقاطع قطريه.

٩ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

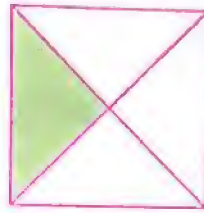
١ أي مما يأتي يمثل دوران المربع المقابل حول مركزه بزاوية قياسها ٢٧٠° ؟



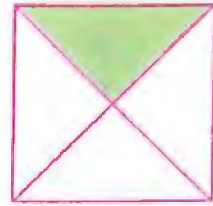
(د)



(ج)

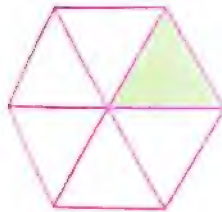


(ب)

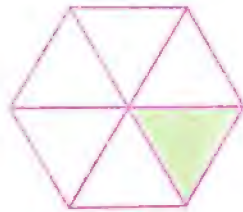


(أ)

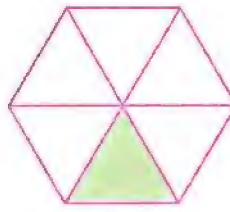
٢ أي مما يأتي يمثل دوران المسدس المقابل حول مركزه بزاوية قياسها (-١٢٠°) ؟



(د)



(ج)



(ب)



(أ)

٣ في الشكل المقابل :

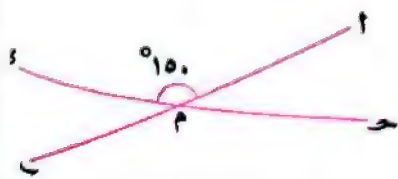


إذا كانت $ب$ منتصف $أ ح$

فإن صورة $أ ح$ بدوران مركزه $ب$ بزاوية قياسها ١٨٠° هي

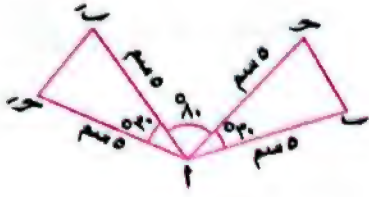
(د) $ح ب$ (ج) $أ ح$ (ب) $أ ب$ (أ) $أ ح$

٤ في الشكل المقابل :



ح د صورة $أ ب$ تحت تأثير دوران مركزه $م$ وقياس زاويته

(د) $١٥٠^\circ -$ (ج) $٣٠^\circ -$ (ب) ٣٠° (أ) ٧٥°



٥ في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$ هو صورة $\triangle A'B'C'$

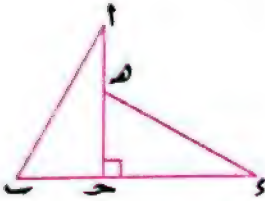
بدوران حول A قياس زاويته

(د) 140°

(ج) 110°

(ب) 80°

(ا) 110°



٦ في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$ هو صورة $\triangle A'B'C'$ ع M القائم الزاوية في C

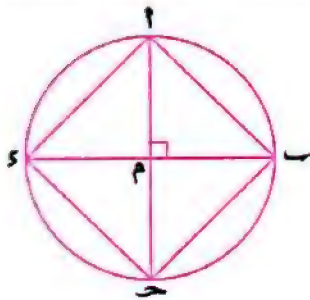
بدوران حول C بزاوية قياسها

(د) 36°

(ج) 180°

(ب) 90°

(ا) 90°



٧ في الشكل المقابل :

M دائرة طول نصف قطرها 3 سم

A ، B ، C ، D قطران متعامدان فيها.

أكمل :

١ بالدوران د (M ، 90°) تكون صورة النقطة A هي ، صورة النقطة B هي

\therefore صورة \overline{AB} هي ، صورة \overline{AB} هي

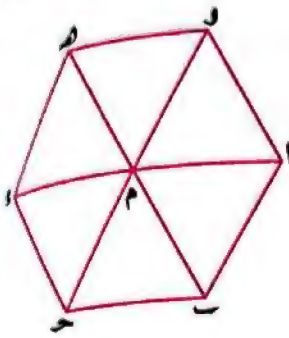
٢ بالدوران د (M ، 90°) تكون صورة \overline{AB} هي ، صورة \overline{AB} هي

، صورة \overline{AB} هي

٣ بالدوران د (M ، 180°) تكون صورة النقطة A هي ، صورة النقطة B هي

\therefore صورة \overline{AB} هي

٤ بالدوران د (M ، 180°) تكون صورة \overline{AB} هي



١١ في الشكل المقابل :

أ ب ح د هـ و سداسي منتظم مركزه م ، أكمل ما يلي :

١ صورة النقطة هـ بدوران حول م قياس زاويته 120°

هي

٢ صورة أ و بدوران حول م قياس زاويته 180° هي

٣ صورة د هـ بدوران حول م قياس زاويته (-60°) هي

٤ صورة Δ م ح د بدوران حول م قياس زاويته 30° هي

٥ Δ أ ب م صورة Δ ح د م بدوران حول نقطة بزاوية قياسها

٦ Δ ب م ح صورة بدوران حول م بزاوية قياسها (-120°)

١٢ بالاستعانة بالشكل المقابل :



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



شكل (٤)



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

١ صورة الشكل بالانعكاس في $\overleftrightarrow{أ د}$ هي

(١) شكل (١) (ب) شكل (٢) (ج) شكل (٣) (د) شكل (٤)

٢ صورة الشكل بالدوران حول أ بزاوية قياسها 90° هي

(١) شكل (١) (ب) شكل (٢) (ج) شكل (٣) (د) شكل (٤)

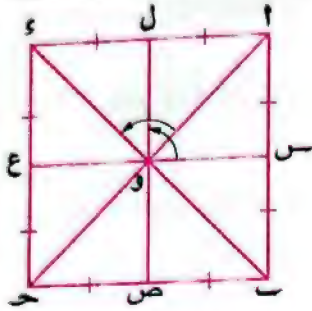
٣ صورة الشكل بالانتقال لليمين هي

(١) شكل (١) (ب) شكل (٢) (ج) شكل (٣) (د) شكل (٤)

٤ | صورة الشكل بالدوران بزاوية قياسها 180° حول $أ$ هي

(أ) شكل (١) (ب) شكل (٢) (ج) شكل (٣) (د) شكل (٤)

١٢ | في الشكل المقابل :



أ ب ح د مربع ، و نقطة تقاطع قطريه ، س ، ص ، ع ، ل
منتصفات أضلاعه أ ب ، ب ج ، ج د ، د أ على الترتيب

أوجد :

١ | صورة $\triangle أ ب س$ و بالانعكاس في $أ$ أو يتبعه انعكاس آخر في $ل$ و

٢ | صورة $\triangle أ ب س$ و بالدوران د (و ، 90°)

١٤ | أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فيه : $أ ب = ٥$ سم ، $ب ج = ١٢$ سم أوجد :

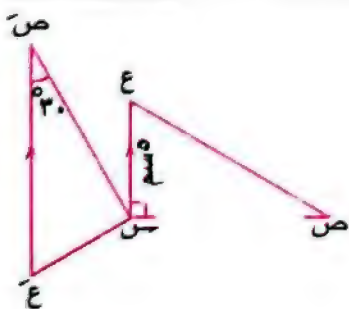
١ | س صورة ب بانتقال مسافة ٩ سم في اتجاه $أ$

٢ | ص صورة النقطة ب بالدوران د (أ ، 90°)

٣ | طول س ص

« ٦ ، ٤ سم »

١٥ | في الشكل المقابل :



إذا كانت النقطة س مركز الدوران بحيث يجعل صورة

ص هي ص ، صورة ع هي ع ، وكان $س ع // ص ع$

أوجد :

١ | قياس زاوية الدوران.

٢ | طول س ع

« ١٢٠° ، ٥ سم »

ثانياً مسائل على الدوران في المستوى الإحداثي

١ أكمل ما يأتي :

١ صورة النقطة (٢ ، ٣) بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90° هي وبزاوية قياسها 180° هي

٢ صورة النقطة (١- ، ٠) بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90° هي وبزاوية قياسها 360° هي

٣ النقطة (٣ ، ٢) هي صورة النقطة (٢ ، ٣) بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها

٤ صورة النقطة بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90° هي (١- ، ٤)

٥ صورة النقطة بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها (-180°) هي (٥ ، ٢)

٦ صورة النقطة (٣- ، ٧) بالدوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل متبوعاً بانعكاس في محور الصادات هي

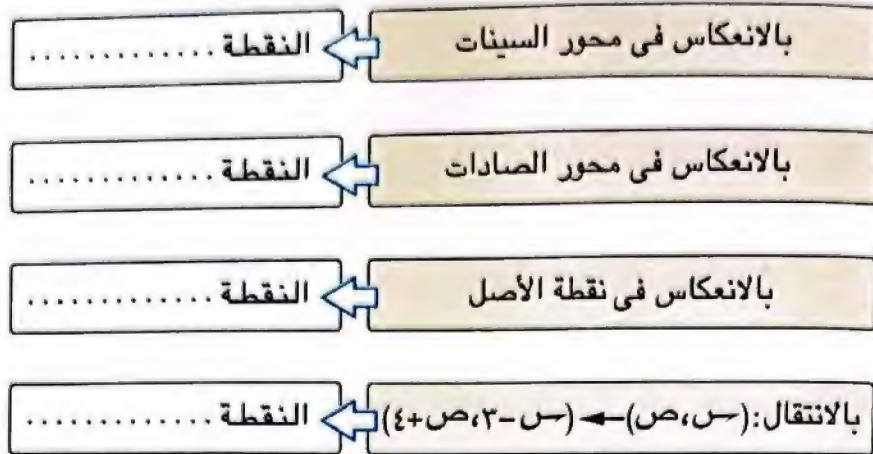
٧ صورة النقطة (٢- ، ٠) بالانتقال : (س ، ص) \rightarrow (س + ٣ ، ص - ١) متبوعاً بدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90° هي

٨ الدوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل يرسم نقطة (س ، - ص) إلى النقطة

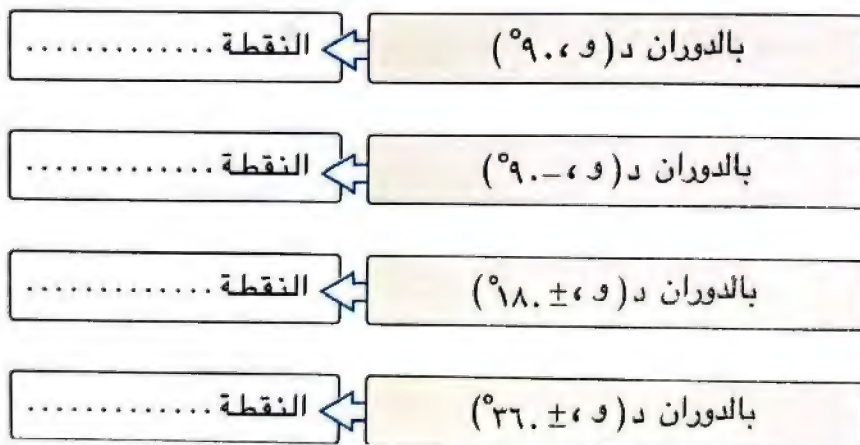
٩ صورة (٢ ، ب) هي نفسها بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها

١٠ إذا كانت صورة النقطة (س ، ص) بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90° هي (٢ ، ب) فإن : $٢ + ص =$

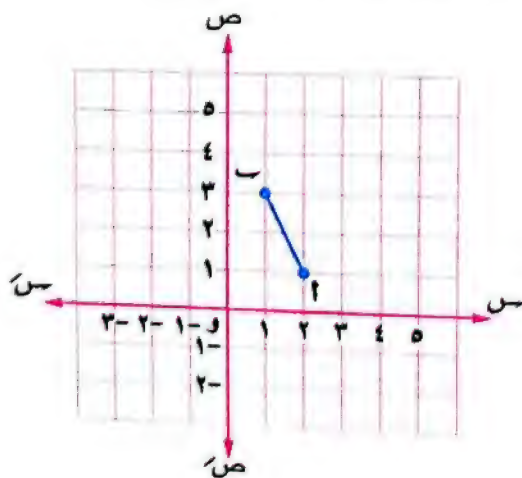
أكمل المخطط التالي :



صورة النقطة
(١، ٢)



في الشكل المقابل :



النقطة أ (١، ٢) ، ب (٣، ١)

ارسم صورة \overline{AB}

بالدوران حول نقطة

الأصل بزاوية قياسها ٩٠°

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

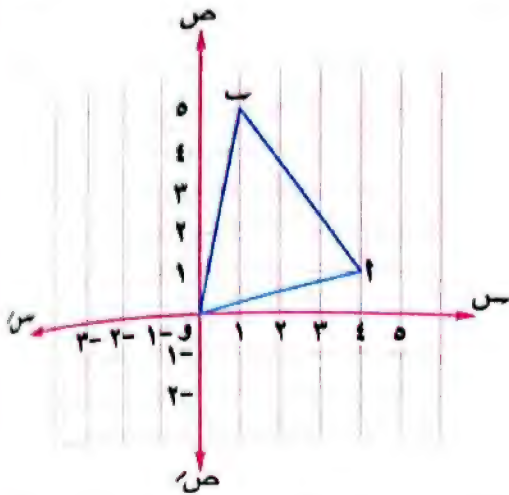
4

على الشبكة التربيعية :

ارسم صورة المثلث \uparrow و \rightarrow بالدوران

حول نقطة الأصل (و) بزاوية قياسها :

١. 90° ٢. 180°

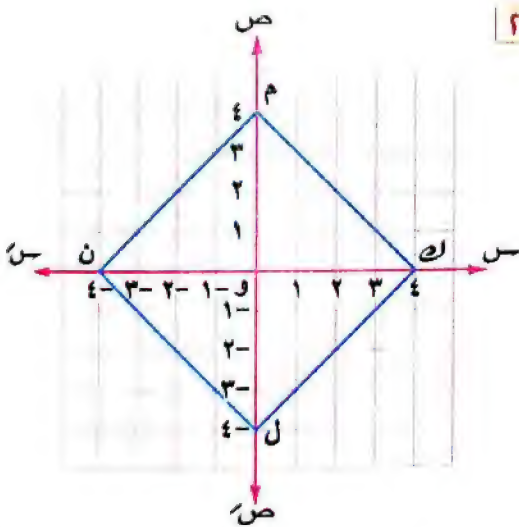


5

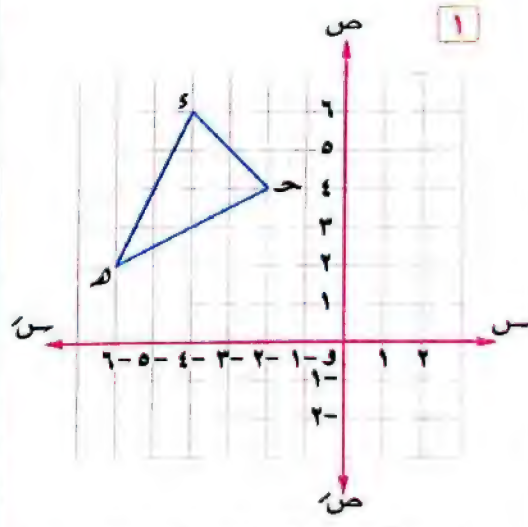
انقل كل شكل مما يأتي على ورق المربعات ، وارسم صورة كل شكل بتحويل هندسي كما هو

موضح أسفل كل شكل :

٢



١



دوران 90° مع حركة عقارب الساعة حول (و) دوران 90° عكس حركة عقارب الساعة حول (و)

6

ارسم على ورق المربعات Δ أ ب ح حيث : أ (١، ٣) ، ب (٢، ٥) ، ح (٤، ٢-)

ثم ارسم صورته بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 180°

7

في نظام إحداثي متعامد عين النقطتين : أ (٣، ٠) ، ب (٠، ٢) ثم ارسم صورة

Δ أ ب بالدوران حول و بزاوية قياسها 90° حيث و نقطة الأصل.

ارسم على ورق المربعات الشكل الرباعي أ ب ح د حيث : أ (٤ ، ٠) ، ب (٤ ، ٤) ، ح (٠ ، ٧) ، د (٠ ، ٠) ثم ارسم صورته :

١ بالدوران حول نقطة الأصل حيث : (س ، ص) ← (-ص ، س)

٢ بالدوران د (و ، -١٨٠°)

إذا كانت صورة النقطة ح بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها ٩٠° هي ح' (-٤ ، ٥) أوجد النقطة ح' ثم أوجد صورتها ح'' بالدوران بزاوية قياسها ١٨٠° حول نقطة الأصل.

ارسم Δ أ ب ح على الشبكة التربيعية حيث : أ (٤ ، ٤) ، ب (٢ ، ٤) ، ح (٢ ، ١) ثم ارسم صورته بدوران مركزه ب وقياس زاويته ١٨٠°

١ ارسم المستطيل أ ب ح د على المستوى الإحداثي حيث :

أ (٠ ، ٠) ، ب (٢ ، ٠) ، ح (٢ ، ٤) ، د (٠ ، ٤)

أولاً : ارسم ٣ صور للمستطيل بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها :

١ ٩٠° ، ٢ ١٨٠° ، ٣ ٢٧٠°

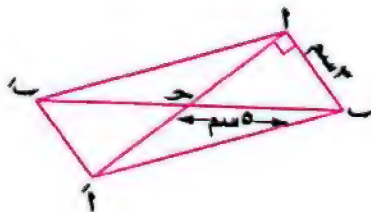
ثانياً : أوجد إحداثي مركز المستطيل أ ب ح د

ثالثاً : ارسم ٣ صور للمستطيل بالدوران حول مركز المستطيل بزاوية قياسها :

١ ٩٠° ، ٢ ١٨٠° ، ٣ ٢٧٠°

للمتفوقين

١٢ في الشكل المقابل :



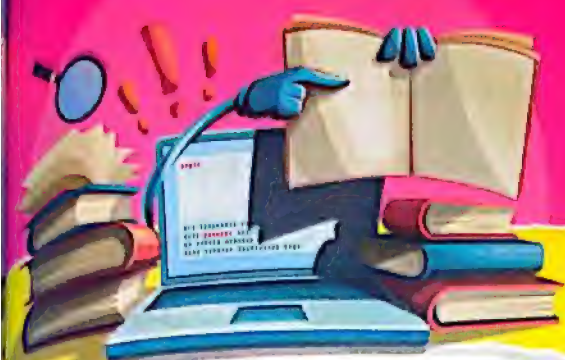
١٢ سم

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ ، أ ب = ٣ سم

، ب ح = ٥ سم فإذا كان Δ ح أ ب صورة

Δ ح أ ب بدوران مركزه ح وقياس زاويته ١٨٠°

فأوجد : مساحة Δ أ ب ح



مشروع بحثي

على الوحدة الثالثة

أهداف المشروع

- التعرف على نظرية فيثاغورث.
- إثبات نظرية فيثاغورث.
- استخدام نظرية فيثاغورث.
- ربط الرياضيات بالتاريخ.

المطلوب

« تقدم المصريون القدماء في علم الهندسة ، والدليل على ذلك بناء الأهرامات ،

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

- ١ تكلم عن براعة المصريين القدماء في علم الهندسة ، وكيف ظهر ذلك في ما تركوه لنا من آثار باقية إلى يومنا هذا وبخاصة الهرم الأكبر الذي يعد أحد عجائب الدنيا .
- ٢ اكتب نبذة قصيرة عن كيفية استخدام قدماء المصريين لنظرية فيثاغورث .
- ٣ اكتب نبذة تاريخية عن العالم اليوناني فيثاغورث موضحاً نص نظريته الشهيرة الخاصة بالمثلث القائم الزاوية ثم قم بالبحث لإثبات صحة هذه النظرية .



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مربع مساحته ١٤٤ سم^٢ فإن محيطه = سم.

- (أ) ١٢ (ب) ٤٨ (ج) ٢٨٨ (د) ٥٧٦

٢ مستطيل طوله ٦ سم ومحيطه ١٦ سم فإن مساحته = سم^٢

- (أ) ١٠ (ب) ٨ (ج) ١٢ (د) ١٦

٣ مكمل الزاوية التي قياسها ٣٠° هي زاوية قياسها

- (أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ١٢٠° (د) ١٥٠°

٤ أى من الأشكال الآتية يصلح أن يكون وحدة أساسية لتكوين دائرة ؟



(د)



(ج)

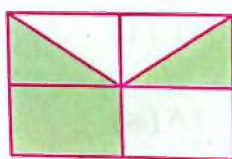


(ب)



(أ)

٥ مساحة الجزء المظلل من مساحة الشكل =



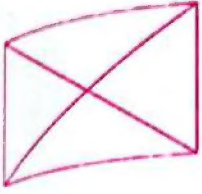
(ب) $\frac{1}{4}$

(أ) $\frac{1}{8}$

(د) $\frac{3}{4}$

(ج) $\frac{2}{8}$

٦ أكبر عدد من المثلثات في الشكل المقابل =

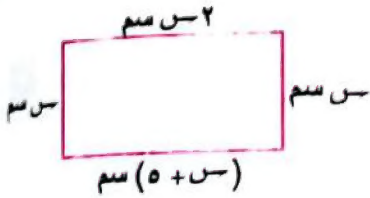


- (١) ٤
(ب) ٦
(ج) ٨
(د) ١٠

٧ إذا كانت : s زاوية فإن : $s + (d - s) + (d - s) = \text{المنعكسة} = \dots\dots\dots$

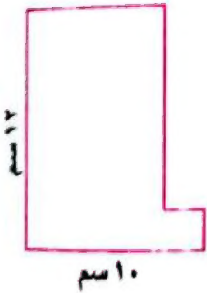
- (١) قائمتان. (ب) ثلاث قوائم. (ج) خمس قوائم. (د) أربع قوائم.

٨ مساحة المستطيل بالشكل المقابل = سم^٢.



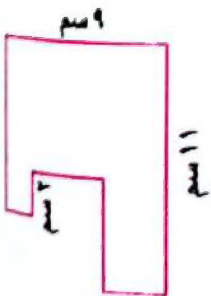
- (١) ٥٠
(ب) ٣٠
(ج) ٢٠
(د) ١٥

٩ محيط الشكل المقابل = سم.



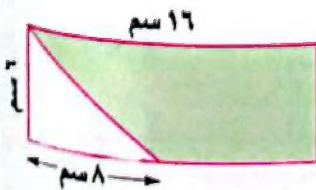
- (١) ٢٢
(ب) ٢٤
(ج) ٤٤
(د) ١٢٠

١٠ محيط الشكل المقابل = سم.

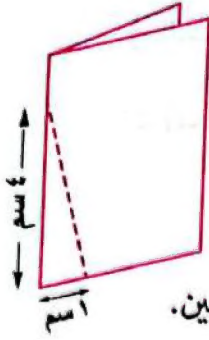


- (١) ٩٩
(ب) ٤٤
(ج) ٢٢
(د) ٢٠

١١ مساحة الجزء المظلل في الشكل المقابل = سم^٢.



- (١) ٢٤
(ب) ٤٤
(ج) ٤٨
(د) ٧٢



١٢ قطعة من الورق مستطيلة الشكل تم طيها كما بالشكل المقابل
ثم تم قطع جزء منها على طول الخط المنقط ، عند فتح الجزء
الصغير المقطوع فإنه سيكون على شكل

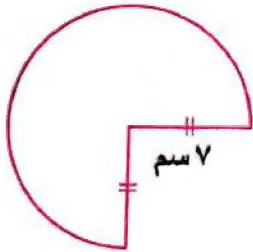
- (١) مثلث متساوي الأضلاع.
(ب) مثلث متساوي الساقين.
(ج) مثلث قائم الزاوية.
(د) مثلثين متساويي الساقين.

١ أكمل ما يأتي :

- ١ مكعب مساحة أحد أوجهه ٢٥ سم^٢ فإن حجمه = سم^٣
٢ متوازي مستطيلات حجمه ٤٨ سم^٣ ، إذا كان طول قاعدته ٦ سم وعرضها ٤ سم
فإن ارتفاعه = سم.

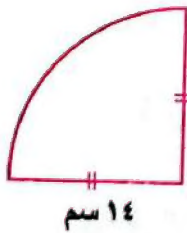
٣ الزاوية التي قياسها ٨٩° هي زاوية

٤ إذا كان : $\angle 2 = \angle 1$ ، $\angle 1$ تتمم $\angle 3$ فإن : $\angle 3 = \angle 1$ =



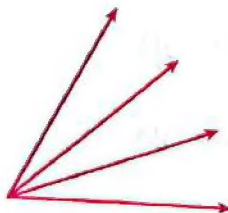
٥ مساحة الشكل المقابل

تساوي سم^٢ ($\frac{22}{7} = \pi$)



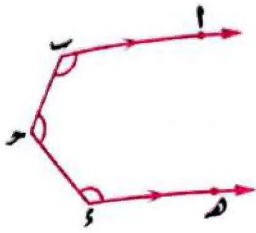
٦ محيط الشكل المقابل

يساوي سم ($\frac{22}{7} = \pi$)



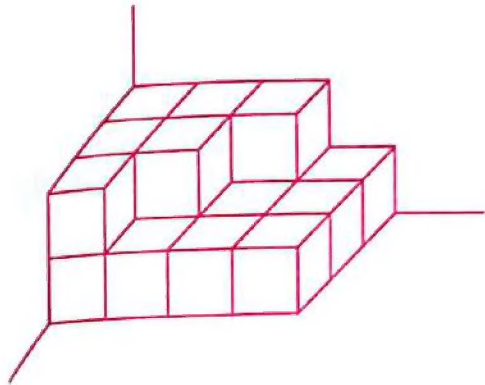
٧ عدد الزوايا الحادة الموجودة

في الشكل المقابل هو



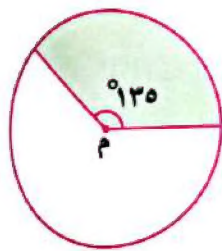
٨ في الشكل المقابل :

$$\text{.....} = (\text{د}) + (\text{ح}) + (\text{ب}) + \dots$$



٩ حجم الشكل المقابل

يساوي وحدة مكعبة.



١٠ النسبة المئوية لمساحة الجزء المظل

إلى مساحة الدائرة هي

١١ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\triangle ا ب ح \equiv \triangle ا ب د$

وكان محيط الشكل ا ب ح د = ٢٠ سم.

، ا ب = ٦ سم.

فإن : محيط $\triangle ا ب ح$ = سم



١٢ في الشكل المقابل :

ا ب ح د مربع مساحته ٤٩ سم^٢

فإذا كان : هـ ح = ١٥ سم

فإن مساحة $\triangle ا ب هـ$ = سم^٢

